Kvantové hlavolamy V.

Bellovy nerovnosti a jejich experimentální testy

MILOSLAV DUŠEK
PAVEL CEJNAR

PRO ČTENÁŘE S HLUBŠÍM ZÁJMEM O KVANTOVOU TEORII

Albert Einstein se domníval, že kvantový popis fyzikálních systémů je neúplný, že by mělo být možno obejít se bez principiální neurčitosti (náhodnosti) a bez dalších bizarních vlastností kvantové teorie. Laboratorní testy založené na teoretických pracích Johna Bella ale naznačují, že se pravděpodobně mýlil.

Dva odlišné pohledy na kvantovou mechaniku

V *Kvantových hlavolamech IV.* (s. 333) jsme se stručně seznámili se dvěma různými filozofickými přístupy ke kvantové teorii. Podle Einsteinova názoru by měly prvky fyzikální teorie vystihovat skutečné, nezávisle na teorii existující vlastnosti systému. Teorie by navíc měla být deterministická (s možností přesné predikce vývoje systému a výsledků měření) a lokální (bez okamžitého působení na dálku). Z této pozice se kvantová mechanika jeví jako neúplná teorie: Její statistický charakter je důsledkem neznalosti nějakých „skrytých" parametrů, které nekontrolovaně nabývají nejrůznějších hodnot, ale jejichž dynamika by měla být popsatelná nějakou „hlubší" teorií, vyhovující uvedeným představám. Podle Bohrova názoru je třeba fyzikální teorii chápat spíše jen jako soubor vztahů mezi měřitelnými veličinami a připustit navíc, že náhoda může být neodstranitelnou součástí fyzikálního světa. Bohr říká, že pojmy jako poloha či hybnost částice nemusí mít v kvantovém světě smysl samy o sobě; fyzika se zabývá tím, co nám ukazují měřicí přístroje.

Ukázali jsme, jak se A. Einstein, B. Podolsky a N. Rosen (EPR) snažili pomocí myšlenkové konstrukce využívající propleteného páru částic (na základě předpokladů *lokality* a *reality*) nalézt spor s *principem neurčitosti*. Tím chtěli dokázat, že kvantová mechanika není *úplnou* teorií. Podle principu neurčitosti nelze nikdy jednoznačně předpovědět výsledky měření polarizace zároveň v soustavě *xy* a *x'y'* podle obr. 1b v rámečku (např. je-li foton ve stavu $|x\rangle$, je výsledek měření polarizace v soustavě *x'y'* zcela neurčitý). Podle EPR by naopak měly existovat *elementy reality* odpovídající všem možným polarizacím. Tedy již v okamžiku zrození fotonu by mělo být nějak určeno, jak dopadnou všechna myslitelná polarizační měření.

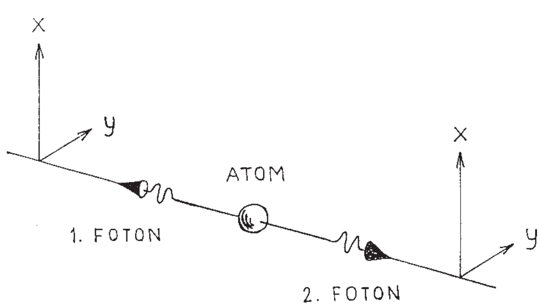
V tomto pokračování si ukážeme, jak lze dávný spor mezi Einsteinem a Bohrem rozsoudit experimentálně. V roce 1964 odvodil John Bell nerovnosti mezi měřitelnými veličinami, které musí splňovat každá teorie se „skrytými" parametry vyhovující kritériu lokality, avšak kvantová mechanika je obecně *porušuje*.

Bellovy nerovnosti

Představme si, že kvantová mechanika je skutečně neúplná teorie a že opravdu existují elementy reality určující výsledky měření polarizace fotonu ve všech různých směrech. V takovém případě by mělo být možné vybudovat teorii se „skrytými" parametry, která by vyhovovala všem předpokladům požadovaným zastánci EPR.

Uvažujme měření polarizace na obou fotonech z „propleteného" páru (viz rámeček dole) pro nějaké dva úhly ϑ_1 a ϑ_2 natočení polarizačních hranolů v obou ramenech vůči nějaké pevné „laboratorní" soustavě souřadnic. Výsledek polarizačního měření na prvním fotonu si označme jako $A(\vartheta_1)$, přičemž $A(\vartheta_1) = +1$ v případě, že foton *je* polarizován ve směru určeném úhlem ϑ_1, a $A(\vartheta_1) = -1$ pokud *není* (tedy pokud je polarizován ve směru kolmém). Podobně zavedeme proměnnou $B(\vartheta_2)$, které přisoudíme hodnotu +1 nebo −1 podle toho, jestli nalezneme druhý foton polarizovaný ve směru určeném úhlem ϑ_2, nebo ve směru kolmém.[1)] Před měřením samozřejmě nevíme, jaké výsledky dostaneme. Podle zastánců teorií se skrytými parametry jsou však hodnoty $A(\vartheta_1)$ a $B(\vartheta_2)$ *předem dány* (jsou určeny v okamžiku emise fotonového páru, a to dokonce pro všechny možné úhly) a závisí na hodnotě nějakého skrytého parametru (nebo na několika takových parametrech). Hodnota skrytého parametru může být pro každý emitovaný pár jiná, takže náhodnost výsledků měření je důsledkem náhodnosti skrytého parametru.

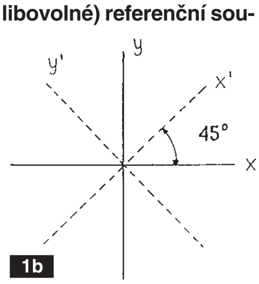
1) Předpoklad lokality je zde obsažen v tom, že *A* závisí pouze na ϑ_1 a *B* pouze na ϑ_2.



1a

PROPLETENÝ STAV

Ve čtvrté části *Hlavolamů* jsme popsali situaci, kdy atom vyzáří dva fotony do opačných směrů takovým způsobem, že nikdy nemohou být nalezeny oba se stejnou polarizací (viz obr. 1a). Kvantově můžeme stav takové dvojice fotonů popsat superpozicí, která má např. v referenční soustavě *xy* tvar $|x\rangle_1 |y\rangle_2 - |y\rangle_1 |x\rangle_2$, přičemž $|x\rangle_1$ zde značí stav lineární polarizace prvního fotonu podél osy *x*, $|y\rangle_2$ stav polarizace druhého fotonu podél osy *y* atd. (v každé pootočené soustavě je tvar superpozice stejný). Pokud provedeme na obou fotonech z takovéhoto propleteného páru měření směru lineární polarizace ve stejné (nicméně libovolné) referenční soustavě (každá soustava odpovídá určitému natočení polarizačního hranolu), např. v *x'y'* (viz obr. 1b), dostaneme vždy opačné výsledky, např. na prvním fotonu *x'* a na druhém *y'* (nebo obráceně). Po prvním měření se totiž kvantový stav systému naráz změní podle naměřeného výsledku, např. na $|x'\rangle_1 |y'\rangle_2$.



1b

Vždy když se snažíme najít řád v něčem, co se chová náhodně, musíme být trpěliví a provést velké množství pozorování, abychom byli schopni postřehnout nějaké trendy, zjistit např., které hodnoty se objevují nejčastěji, jak moc se odchylují od nějaké střední hodnoty apod. Střední hodnota je důležitým ukazatelem a budeme ji potřebovat i v dalším výkladu. Je to „průměr“ přes všechny možné hodnoty, kterých může veličina v principu nabývat, s ohledem na to, že některé se mohou vyskytovat pravděpodobněji než jiné. Odhad střední hodnoty z experimentálních dat provedeme tak, že sečteme všechny výsledky získané v jednotlivých opakováních experimentu a součet vydělíme počtem provedených opakování pokusu (tj. celkovým počtem naměřených hodnot). Čím více opakování, tím přesnější bude odhad střední hodnoty. Střední hodnotu budeme značit úhlovými závorkami $\langle\,\rangle$.

Abychom se ale dostali k Bellovým nerovnostem: Řekněme, že máme čtyři proměnné α, β, α’, β’, které mohou nabývat hodnot plus nebo minus jedna. Sestavme z nich následující výraz:

$$\gamma = \alpha\beta + \alpha\beta' + \alpha'\beta - \alpha'\beta'.$$

Za každé řecké písmenko na pravé straně můžeme dosadit +1 nebo –1 a spočítat hodnotu γ. Co dostaneme, ukazuje následující tabulka:

α	1	1	1	1	1	1	1	1	–1	–1	–1	–1	–1	–1	–1	–1
β	1	1	1	1	–1	–1	–1	–1	1	1	1	1	–1	–1	–1	–1
α’	1	1	–1	–1	1	1	–1	–1	1	1	–1	–1	1	1	–1	–1
β’	1	–1	1	–1	1	–1	1	–1	1	–1	1	–1	1	–1	1	–1
γ	2	2	2	–2	–2	–2	2	–2	–2	2	–2	–2	–2	2	2	2

Funkce γ tedy nabývá pouze hodnot +2 nebo –2. Je zřejmé, že když zprůměrujeme jakýkoli počet hodnot γ spočtených pro libovolně vybraná α, β, α’, β’, výsledek nemůže být nikdy menší než –2 ani větší než +2. Obecněji, ať už jsou pravděpodobnosti výskytu γ = +2 a γ = –2 jakékoli, střední hodnota bude vždy ležet mezi –2 a +2:

$$-2 \le \langle\gamma\rangle \le +2.$$

Už asi tušíte, že za α můžeme dosadit naše $A(\vartheta_1)$ a za β zase $B(\vartheta_2)$; za α’ a β’ pak hodnoty $A(\vartheta'_1)$ a $B(\vartheta'_2)$ pro nějaké obecně odlišné úhly ϑ'_1 a ϑ'_2 natočení polarizačních hranolů:

$$\alpha = A(\vartheta_1),\ \ \beta = B(\vartheta_2),\ \ \alpha' = A(\vartheta'_1),\ \ \beta' = B(\vartheta'_2)\ .$$

Protože střední hodnota součtu je rovna součtu středních hodnot, lze výše odvozený výraz pro $\langle\gamma\rangle$ zapsat ve tvaru

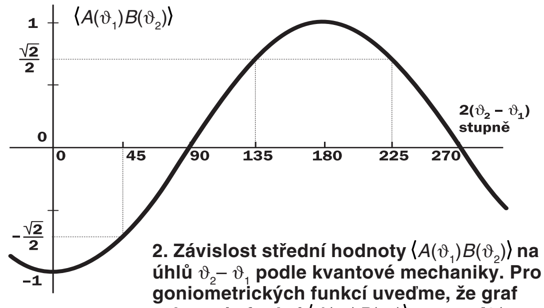
$$-2 \le \langle\alpha\beta\rangle + \langle\alpha\beta'\rangle + \langle\alpha'\beta\rangle - \langle\alpha'\beta'\rangle \le +2.$$

A to jsou právě slavné Bellovy nerovnosti. (Proměnné teď značí výsledky polarizačních měření na obou fotonech pod zvolenými úhly; střední hodnota $\langle\alpha\beta\rangle = \langle A(\vartheta_1)B(\vartheta_2)\rangle$ atd.) Pokud se chování párů fotonů řídí libovolnou lokální teorií se skrytými parametry, musí být tyto nerovnosti splněny (pro libovolné kombinace úhlů).

A co na to kvantová mechanika? Ta umožňuje střední hodnoty typu $\langle A(\vartheta_1)B(\vartheta_2)\rangle$ přímo vypočítat. Zvláště náročné čtenáře odkazujeme na odvození v rámečku na s. 395. Ostatní nám musí věřit, že výsledek závisí pro daný kvantový stav $|x\rangle_1\,|y\rangle_2 - |y\rangle_1\,|x\rangle_2$ na rozdílu úhlů natočení prvního a druhého polarizačního hranolu podle grafu na obrázku 2.

Teď už není těžké ukázat, že kvantová mechanika výše uvedené Bellovy nerovnosti obecně *porušuje*! Vyberme dva úhly natočení prvního polarizačního hranolu $\vartheta_1 = 0°$, $\vartheta'_1 = 45°$ a dva úhly natočení druhého hranolu $\vartheta_2 = 112{,}5°$, $\vartheta'_2 = 67{,}5°$ (viz obr. 3) a uvažujme měření se všemi kombinacemi těchto úhlů.

2) Viz např. A. Aspect, J. Dalibard, G. Roger, Physical Review Letters *49*, 1804, 1982.



2. Závislost střední hodnoty $\langle A(\vartheta_1)B(\vartheta_2)\rangle$ na rozdílu úhlů $\vartheta_2 - \vartheta_1$ podle kvantové mechaniky. Pro znalce goniometrických funkcí uveďme, že graf zobrazuje funkci $\langle A(\vartheta_1)B(\vartheta_2)\rangle = -\cos\,[2(\vartheta_2 - \vartheta_1)]$.

Když si dáte práci s odečtením několika hodnot na obr. 2, zjistíte, že podle kvantové mechaniky pro takto zvolené úhly musí platit:

$$\langle\alpha\beta\rangle + \langle\alpha\beta'\rangle + \langle\alpha'\beta\rangle - \langle\alpha'\beta'\rangle =$$
$$-\cos(225°) - \cos(135°) - \cos(135°) + \cos(45°) = 2\sqrt{2}.$$

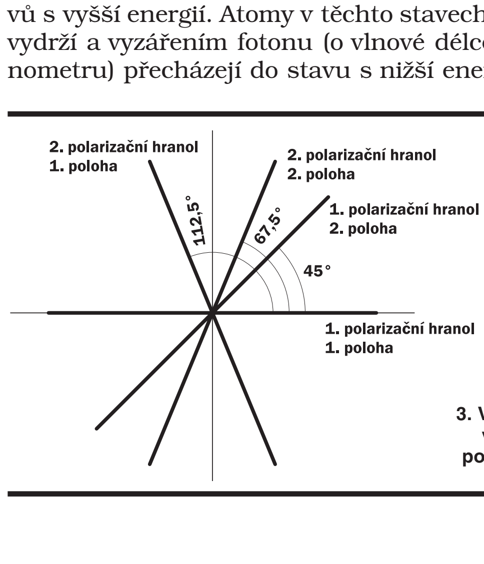
To je dokonce větší než 2,8, tím spíš tedy *větší* než 2!

Tento výsledek je pro fyziku velice důležitý. Jednak ukazuje, že kvantovou teorii *nelze* nahradit *žádnou* „klasickou“ teorií splňující EPR kritéria popsaná v minulé části (Vesmír *77*, 333, 1998/6), jednak nabízí možnost (a to je skoro důležitější), jak mezi kvantovou mechanikou a teoriemi se skrytými parametry rozhodnout *experimentálně*. O několika takových experimentech se zmíníme v příští kapitole. Ale nebudeme vás napínat: všechny docela přesvědčivě hovoří ve prospěch kvantové mechaniky.

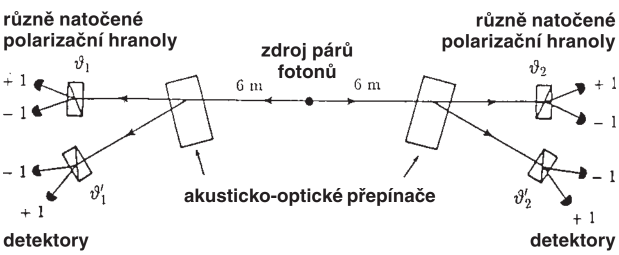
Experimentální testy Bellových nerovností

První experimentální testy Bellových nerovností provedli Stuart J. Freedman a John F. Clauser v Berkeley r. 1972. Využívaly se v nich fotony s korelovanými polarizacemi, vyzářené při kaskádních přechodech elektronů mezi určitými energetickými hladinami v atomu vápníku. Postupně se objevovaly další experimenty, patří mezi ně např. práce Edwarda S. Frye a Randalla C. Thompsona z Texasu (1975), Alaina Aspecta, Jeana Dalibarda a Gérarda Rogera v Orsay (1976–1983), Z. Y. Oua a Leonarda Mandela v Rochesteru (1988) a mnoha dalších. Již nejranější práce převážně potvrzovaly předpovědi kvantové mechaniky, nicméně jejich výsledky nebyly dostatečně průkazné. Postupně se ovšem experimenty zdokonalovaly a jejich přesnost zvyšovala.

Zastavme se teď stručně u experimentů Aspectovy skupiny ve Francii,[2)] které se považují za první opravdu věrohodné testy Bellových nerovností. Jako zdroj fotonových párů byl využíván svazek vápníkových atomů, které byly pomocí dvou laserů vybuzeny do stavů s vyšší energií. Atomy v těchto stavech dlouho nevydrží a vyzářením fotonu (o vlnové délce 551,3 nanometru) přecházejí do stavu s nižší energií a odtud



3. Vybrané směry, v nichž měříme polarizace fotonů



4. Schéma orsayského experimentu

téměř okamžitě do původního stabilního stavu (s nejnižší energií), přičemž vyzáří druhý foton (o vlnové délce 422,7 nm). Protože původní i excitovaný stav atomu vápníku mají oba nulový moment hybnosti, zatímco „mezistav“ má nenulový moment hybnosti, klade zákon zachování celkového momentu hybnosti určitá omezení i na polarizace obou vyzářených fotonů – vzniká pár fotonů v propleteném stavu s korelovanými polarizacemi.[3)]

Schéma experimentu je na obr. 4. Pro zjišťování polarizace fotonů byly využity tzv. Wollastonovy hranoly, sestavené ze dvou kusů speciálně vybroušených krystalů islandského vápence (foton se ve Wollastonově hranolu musí „rozhodnout“ pro jednu ze dvou cest odpovídajících dvěma určitým vzájemně kolmým lineárním polarizacím). Při odvození Bellových nerovností se předpokládá, že nastavení orientace polarizačního hranolu v jednom rameni neovlivní měření ve druhém rameni (nebo dokonce proces přípravy páru) klasickou cestou – tj. prostřednictvím nějaké interakce šířící se mezi oběma polarizačními hranoly (a zdrojem fotonů). Aby se tato možnost skutečně vyloučila, byl experiment uspořádán tak, že k nastavení úhlů polarizačních hranolů docházelo vždy až po emisi páru, takže žádný klasický signál (pohybující se nanejvýš rychlostí světla) nestíhal přenést informaci o nastavení jednoho polarizačního hranolu ke druhému před okamžikem měření. Prakticky se to realizovalo pomocí tzv. akusticko-optických přepínačů, umístěných v každém rameni. Akusticko-optický přepínač umožňuje ve velmi krátké době změnit směr světelného paprsku. Každý z těchto přepínačů směroval přicházející foton vždy na jeden či druhý ze dvou různě nastavených polarizačních hranolů v každém rameni (viz obr. 4). Oba přepínače byly ovládány nezávislými oscilátory (jedním pro každé rameno) s průměrnou periodou přepínání kolem 10 nanosekund. Vzdálenost přepínačů a polarizačních hranolů od zdroje byla zhruba 6 m, což odpovídá době šíření fotonu asi 20 ns (světelný signál od jednoho polarizačního hranolu ke druhému by letěl 40 ns). To znamená, že než oba fotony dospěly k přepínačům, mohl se již (ale nemusel) stav přepínačů změnit.

Výsledky experimentu se v rámci přesnosti měření shodovaly s předpovědí kvantové mechaniky a spolehlivě prokázaly narušení Bellových nerovností.

Do dnešního dne byla provedena řada dalších podobných experimentů. Optická vláknová technologie umožnila testovat narušení Bellových nerovností až na vzdálenosti desítek kilometrů. (To má kromě psychologického účinku – tak „dlouhého“ dosahu je kvantová nelokalita – také technický význam pro omezení možnosti vzájemného klasického ovlivnění přístrojů.) Také se objevily nové zdroje propletených fotonových párů. Výsledky provedených experimentů jsou v dobré shodě s kvantovou mechanikou. Mimochodem, nelokální kvantová korelace nalézá uplatnění i v kvantové kryptografii – v metodě bezpečné komunikace založené právě na „zvláštnostech“ kvantových zákonů.[4)]

Vášeň na dálku

I když lze v dosud provedených experimentech ještě nalézt nepatrné skulinky,[5)] vše nasvědčuje tomu, že pravdu má kvantová mechanika se všemi svými podivnostmi. Musíme se smířit s tím, že kvantový stav

3) Abychom byli přesní, v Aspectově experimentu nebyl polarizační stav dvojice fotonů dán superpozicí $|x\rangle_1 |y\rangle_2 - |y\rangle_1 |x\rangle_2$, ale jinou propletenou superpozicí, konkrétně $|x\rangle_1 |x\rangle_2 + |y\rangle_1 |y\rangle_2$. Některé dílčí výrazy se tím sice změní, podstata ale zůstává stejná.

4) Stručný přehled některých zajímavých experimentů týkajících se kvantové „nelokality“ i dalších ryze kvantových jevů včetně mnoha citací lze nalézt v článku M. Duška: Kvantová optika a základy kvantové teorie, Československý časopis pro fyziku *47*, 9, 1997/1. O kvantové kryptografii připravujeme článek pro Vesmír, viz také např.: M. Dušek, Pokroky matematiky, fyziky & astronomie *14*, 113, 1996/3.

5) Problémem je např. malá účinnost detektorů. Pokud detektory nezaregistrují všechny „vyrobené“ páry fotonů, mohlo by se stát, že soubor detegovaných případů nebude charakteristický pro celý statistický soubor všech emitovaných párů. To by třeba nastalo, kdyby účinnost detektorů nějak závisela na skrytém parametru. V některých případech by pak porušení Bellových nerovností bylo možné vysvětlit „nekvantově“. Cest, jak se s uvedeným problémem vypořádat, je mnoho: od účinnějších detektorů (existuje určitá minimální nutná účinnost) přes „výhodnější“ nerovnosti (např. Clauserova-Horneova nerovnost) až k tzv. „event ready“ experimentům (kdy je každý „vyrobený“ pár doprovázen signálem, že k jeho emisi došlo) a pokusům s více než dvěma korelovanými fotony.

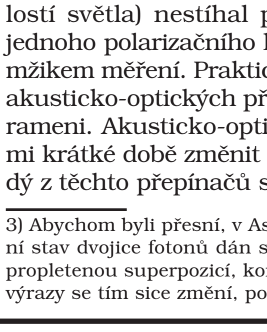
VÝPOČET STŘEDNÍ HODNOTY $\langle A(\vartheta_1)B(\vartheta_2)\rangle$ PODLE KVANTOVÉ MECHANIKY

Zapíšeme si kvantový stav našich dvou korelovaných fotonů znovu, tentokrát v normovaném tvaru:

$$|\Psi\rangle = 1/\sqrt{2}\, |x\rangle_1 |y\rangle_2 - 1/\sqrt{2}\, |y\rangle_1 |x\rangle_2 .$$

(Aby kvadráty absolutních hodnot koeficientů stojících před jednotlivými členy skutečně vyjadřovaly pravděpodobnosti „výskytu“, musí být jejich součet roven jedné. Proto jsme celý výraz vynásobili normovacím faktorem $1/\sqrt{2}$.)

Předpokládejme pro jednoduchost, že úhel $\vartheta_1 = 0$; to odpovídá naší laboratorní souřadné soustavě *xy*. Úhel ϑ_2 nechť je však libovolný. To znamená, že druhým polarizačním hranolem měříme lineární polarizace druhého fotonu ve směrech, které označíme třeba jako *x'* a *y'* (viz obrázek). Jak už jsme naznačili dříve, stavy $|x\rangle_2$ a $|y\rangle_2$ můžeme vyjádřit jako superpozice stavů $|x'\rangle_2$ a $|y'\rangle_2$ (všimněte si, že následující výrazy jsou správně normovány):



$$|x\rangle_2 = \cos\vartheta_2 \,|x'\rangle_2 - \sin\vartheta_2 \,|y'\rangle_2$$
$$|y\rangle_2 = \sin\vartheta_2 \,|x'\rangle_2 + \cos\vartheta_2 \,|y'\rangle_2 .$$

Mimochodem, je to vlastně totéž, jako transformace pravoúhlých souřadnic v rovině. Teď můžeme dosadit do $|\Psi\rangle$ za $|x\rangle_2$ a $|y\rangle_2$ a podívat se, co dostaneme: $|\Psi\rangle = 1/\sqrt{2}\, (\sin\vartheta_2 |x\rangle_1 |x'\rangle_2 + \cos\vartheta_2 |x\rangle_1 |y'\rangle_2 - \cos\vartheta_2 |y\rangle_1 |x'\rangle_2 + \sin\vartheta_2 |y\rangle_1 |y'\rangle_2)$.

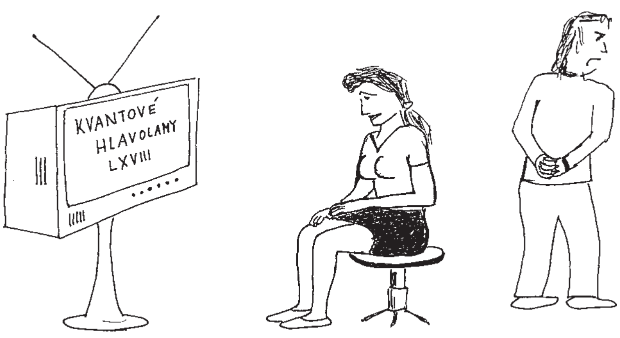
Znovu si musíme uvědomit, že kvadráty absolutních hodnot koeficientů u jednotlivých členů představují pravděpodobnosti, že nalezneme fotony právě v odpovídajících polarizačních stavech. Říkají tedy, jaké jsou pravděpodobnosti jednotlivých kombinací výsledků $A(0) = \pm 1$ a $B(\vartheta_2) = \pm 1$. Konkrétně:

pravděpodobnost, že $(A(0) = +1$ **a** $B(\vartheta_2) = +1) = (\sin\vartheta_2)^2/2$,
pravděpodobnost, že $(A(0) = +1$ **a** $B(\vartheta_2) = -1) = (\cos\vartheta_2)^2/2$,
pravděpodobnost, že $(A(0) = -1$ **a** $B(\vartheta_2) = +1) = (\cos\vartheta_2)^2/2$,
pravděpodobnost, že $(A(0) = -1$ **a** $B(\vartheta_2) = -1) = (\sin\vartheta_2)^2/2$.

Jak jsme již naznačili, střední hodnota se vypočte tak, že sečteme všechny výsledky, které můžeme teoreticky dostat, každý z nich se však do součtu započítá s vahou rovnou pravděpodobnosti jeho výskytu. (Pravděpodobnost není nic jiného, než očekávaná relativní četnost – tedy očekávaný poměr „úspěšných“ případů ku všem případům.) Pro hledanou střední hodnotu tedy dostáváme:

$$\begin{aligned}\langle A(0)B(\vartheta_2)\rangle &= [(+1).(+1)](\sin\vartheta_2)^2/2 + [(+1).(-1)](\cos\vartheta_2)^2/2 + \\ &\quad [(-1).(+1)](\cos\vartheta_2)^2/2 + [(-1).(-1)](\sin\vartheta_2)^2/2 \\ &= (\sin\vartheta_2)^2 - (\cos\vartheta_2)^2 = -\cos(2\vartheta_2).\end{aligned}$$

Když úhel ϑ_1 nebude roven nule, výsledek bude záviset na rozdílu obou úhlů: $\vartheta_2 - \vartheta_1$.



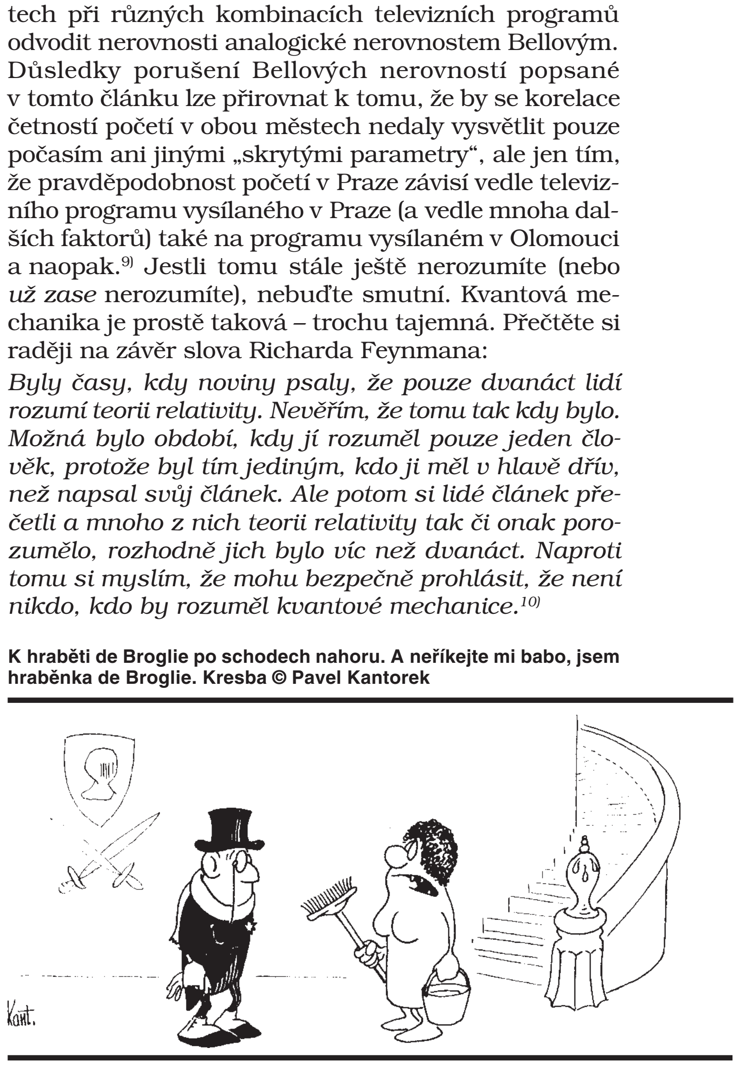
představuje *úplný* popis reality a že neurčitost s tím spojená je objektivní; není důsledkem naší neznalosti a nelze se jí nijak vyhnout.[6]

Polarizace fotonů tvořících propletený pár *nejsou* předem určeny. Provedeme-li měření na jednom fotonu, druhý foton se „dozví“ o jeho výsledku bez ohledu na to, jak je daleko! Dojde totiž ke kolapsu vlnové funkce celého systému, tedy obou fotonů. Vlnová funkce se v důsledku měření změní naráz v celém prostoru. V tomto smyslu je kvantová mechanika opravdu nelokální – porušuje předpoklad lokality (Vesmír *77*, 335, 1998/6). Přitom se ale zdá, že nic „opravdového“ se okamžitě v celém prostoru nemění. Nic reálně měřitelného (jako například energie) se při kolapsu vlnové funkce fotonového páru na dálku nepřenáší. Kvantová nelokalita neporušuje kauzalitu, což znamená, že ji nelze použít např. na posílání zpráv nadsvětelnou (nebo dokonce nekonečnou) rychlostí. Výsledky měření polarizace na obou fotonech jsou sice korelované (výsledek prvního měření „ovlivní“ výsledek druhého), nicméně konkrétní změřené hodnoty jsou zcela náhodné. Pozorovatelé provádějící měření na obou fotonech tuto korelaci mohou odhalit teprve tehdy, když svoje výsledky vzájemně porovnají.[7] Je to jen taková neškodná „vášeň na dálku“.

Jestli si moc nedovedete představit, co to všechno vlastně znamená, přečtěte si ještě následující příměr, který volně přebíráme od Johna Bella:[8] Vyklíčilo podezření, že sledování televize způsobuje pokles porodnosti (viz obr. vlevo). Není však zcela jasné, který ze dvou hlavních programů (ČT1 či TV Nova) je více vinen. Světlo do problému by mohlo vnést následující statistické šetření: Ve dvou městech, např. v Praze a Olomouci, by byl vysílán vždy pouze jeden z obou televizních programů. O tom, který program to v daný den bude, by každé ráno rozhodli například radní příslušného města – třeba hodem mincí. Volba by tedy byla v obou městech provedena každý den zcela nezávisle. Průběžně by se sledovaly počty početí v jednotlivých dnech. Těžko říci, k jakému verdiktu by se ohledně inkriminovaných televizních programů dospělo. Zajímavější pro nás je otázka, zda by počty početí v Praze a v Olomouci byly statisticky nezávislé (nekorelované). Na první pohled se zdá, že by nezávislé být měly, věc je ale trochu složitější. Pravděpodobnost početí totiž kromě televizních programů ovlivňují jistě také nejrůznější faktory společné pro obě města, např. počasí, obchody na burze apod., a ty určitou korelaci způsobovat mohou (když je hezký večer, lidé se tolik nekoukají na televizi, ale jdou třeba do parku a jsou uchváceni krásou stromů, pomníků a zaujati sebou navzájem; to se jistě děje v obou městech). Pokud by vzájemná korelace plození potomstva v obou městech souvisela jen s těmito „skrytými parametry“, bylo by možné pro každodenní počty početí v jednotlivých městech při různých kombinacích televizních programů odvodit nerovnosti analogické nerovnostem Bellovým. Důsledky porušení Bellových nerovností popsané v tomto článku lze přirovnat k tomu, že by se korelace četností početí v obou městech nedaly vysvětlit pouze počasím ani jinými „skrytými parametry“, ale jen tím, že pravděpodobnost početí v Praze závisí vedle televizního programu vysílaného v Praze (a vedle mnoha dalších faktorů) také na programu vysílaném v Olomouci a naopak.[9] Jestli tomu stále ještě nerozumíte (nebo *už zase* nerozumíte), nebuďte smutní. Kvantová mechanika je prostě taková – trochu tajemná. Přečtěte si raději na závěr slova Richarda Feynmana:

Byly časy, kdy noviny psaly, že pouze dvanáct lidí rozumí teorii relativity. Nevěřím, že tomu tak kdy bylo. Možná bylo období, kdy jí rozuměl pouze jeden člověk, protože byl tím jediným, kdo ji měl v hlavě dřív, než napsal svůj článek. Ale potom si lidé článek přečetli a mnoho z nich teorii relativity tak či onak porozumělo, rozhodně jich bylo víc než dvanáct. Naproti tomu si myslím, že mohu bezpečně prohlásit, že není nikdo, kdo by rozuměl kvantové mechanice.[10]

K hraběti de Broglie po schodech nahoru. A neříkejte mi babo, jsem hraběnka de Broglie. Kresba © Pavel Kantorek



6) Je třeba říci, že výše uvedené argumenty nevylučují *nelokální* teorie se skrytými parametry (tedy takové, které připouštějí nějaký způsob okamžitého působení na dálku). Ty však obvykle používají poněkud umělé konstrukce. Jednou z prvních propracovanějších teorií tohoto typu je Bohmova teorie „kvantového potenciálu“, částečně vycházející z dřívější de Broglieovy myšlenky tzv. „pilotní vlny“. Pro úplnost bychom měli dodat, že v principu nelze vyloučit ani možnost, že každé „svobodné“ či „náhodné“ rozhodnutí o natočení obou polarizačních hranolů je ve skutečnosti determinováno nějakou událostí ve vzdálenější minulosti, společně ovlivňující oba „pozorovatele“ i způsob emise fotonového páru. Při „vhodném ovlivnění“ by se pak mohlo stát, že Bellovy nerovnosti budou narušeny i v případě striktního mechanistického determinizmu. Taková představa je však dosti neopodstatněná – jak vznik páru, tak oba akty měření jsou totiž určitě ovlivněny *mnoha* minulými událostmi, z nichž většina může kauzálně působit pouze na jednoho z obou „pozorovatelů“ nebo jen na vyzařující atom.

7) Ve speciálním případě, kdy oba pozorovatelé měří polarizace ve stejných referenčních soustavách (třeba *xy*), to znamená, že když první z nich dostane jistou náhodnou sekvenci výsledků, např. *x, x, y, x, y, y, y, x*, pak druhý simultánně zaznamená „inverzní“ sekvenci, tj. *y, y, x, y, x, x, x, y*. Nelze ale předpovědět, kdy první pozorovatel dostane výsledek *x* (a druhý *y*) a kdy naopak. Pokud druhý pozorovatel používá jinou referenční soustavu, není „inverze“ dokonalá, ale četnost výskytu „*x*“ a „*y*“ u prvního pozorovatele to nijak neovlivní. Mimochodem, vidíme-li my měření na 1. fotonu jako první a měření na 2. fotonu jako pozdější, může podle speciální teorie relativity jiný pozorovatel, sedící např. v rychle se pohybující raketě, vidět celou situaci přesně obráceně, tj. měření na 2. fotonu *před* měřením na 1. fotonu. Z pohledu pozorovatele v raketě sice za kolaps vlnové funkce „může“ jiné měření než z pohledu klidového pozorovatele, měřitelné důsledky jsou ale pro oba stejné.

8) John Bell: Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics, Cambridge Univ. Press, 1. vyd. 1987, poslední dotisk 1996.

9) To ještě nutně neznamená, že by v Praze podle toho mohli poznat, jaký program je vysílán v Olomouci, protože po „vystředování“ přes neznámé „skryté parametry“ se závislost na programu ve druhém městě již projevit nemusí; vzájemná korelace však přesto ovlivněna bude. Není tu tedy žádný rozpor s tím, co bylo řečeno.

10) Richard P. Feynman, The Character of Physical Law

Autoři jsou velmi zavázáni dr. B. Velickému, prof. J. Peřinovi, prof. J. Formánkovi, dr. V. Malíškovi, doc. Z. Pluhařovi, doc. Z. Hradilovi, dr. J. Dolejšímu a dalším za podněty a důležité připomínky k celému seriálu.