

Nobelova cena za fyziku v roce 2005 aneb 42 let kvantové teorie optické koherence

Miloslav Dušek a Jan Peřina, Olomouc*

Abstrakt

V roce 2005 byla Nobelova cena za fyziku udělena Royi J. Glauberovi za jeho příspěvek ke kvantové teorii optické koherence a Johnu L. Hallovi a Theodoru W. Hänschovi za rozvoj přesné laserové spektroskopie. V tomto článku se zaměříme na úlohu Roye Glaubera při budování teorie optické koherence.

1 Klasická teorie optické koherence

Schopnost světelných vln interferovat, tedy skutečnost, že výsledná intenzita dvou překrývajících se světelných svazků nemusí být dána prostým součtem jejich intenzit, nýbrž může být modulována periodickým obrazcem střídajících se maxim a minim, byla objevena již dávno. Tento jev byl poprvé systematicky zkoumán Thomasem Youngem v roce 1801 [1]. Difrakce – velmi příbuzný jev – byla pozorována a popsána Francescem M. Grimaldim již v roce 1665.¹ Přesto detailní matematický popis toho, proč interferenci někdy pozorovat lze a jindy ne a proč se kontrast interferenčních proužků může případ od případu lišit, byl rozvinut teprve ve druhé polovině dvacátého století. Hlavní zásluhu na tom měl pražský rodák, profesor Emil Wolf, v současnosti působící na univerzitě v Rochesteru v USA, mimochodem, také čestný člen Učené společnosti ČR, Dr.h.c. Univerzity Palackého, redaktor rozsáhlé monografické řady *Progress in Optics* a především spoluautor „bible“ optiky *Principles of Optics* [2], kterou napsal spolu s laureátem Nobelovy ceny Maxem Bornem. Emil Wolf navázal na dřívější práce P. H. van Citterta a F. Zernikeho a ukázal, že pozorovatelnost interferenčních proužků souvisí nejen se spektrálními, ale také se statistickými vlastnostmi světla. Hlavní výsledky své práce shrnul v již zmiňované knize [2]. Stal se tak zakladatelem moderní klasické teorie optické koherence.

Má-li dopadající světlo široké spektrum, rozpoznatelnost interferenčních proužků klesá proto, že odlišné interferenční obrazce tvořené složkami s různými vlnovými délkami se vzájemně překrývají, takže minimum pro jednu vlnovou délku se může nacházet v místě maxima pro jinou vlnovou délku. Nicméně ani v případě světla s dostatečně úzkým spektrem (tzv. kvazimonochromatického světla) není možné pozorovat kontrastní interferenční obrazec za všech okolností. Příčinou jsou fluktuace vzájemné fáze mezi interferujícími svazky, způsobené nahodilostí zdroje nebo prostředí, jímž se světlo šíří. Rychlé náhodné kolísání vzájemné fáze skládaných vln způsobuje rychlé náhodné posuvy maxim a minim interferenčních proužků, takže v důsledku časového středování při měření intenzity světla (ke kterému dochází v každém detektoru včetně lidského oka) se struktura interferenčních proužků smývá. V mezním případě (kdy označujeme dopadající světlo za zcela nekoherentní) vidíme pouze světelnou stopu s intenzitou danou součtem intenzit jednotlivých svazků. V případě částečně koherentního světla jsou fluktuace vzájemné fáze poměrně malé, takže interferenční proužky jsou rozpoznatelné, jejich kontrast je však obecně nízký. Světlo, s nímž se běžně setkáváme, pochází obvykle buď z tepelných zdrojů (z rozžhaveného kovového vlákna nebo z výboje v plynu) nebo je generováno laserem. Na mikroskopické úrovni představuje emise světla z tepelných zdrojů značně neuspořádaný proces. Takto vzniklé světlo je tedy spíše chaotické neboli nekoherentní. Naopak dobře stabilizovaný laser produkuje záření s dobře definovanými vlastnostmi, v klasickém smyslu (téměř) deterministické, neboli koherentní.

*Doc. RNDr. Miloslav Dušek, Ph.D. (1964) a prof. RNDr. Jan Peřina, DrSc. (1936), katedra optiky PřF UP, 17. listopadu 50, 772 00 Olomouc.

¹První zmínku o difrakci lze údajně nalézt již u Leonarda da Vinciho. Stručné poznámky o pozorování difrakce uvádějí před Grimaldim také Jan Marek Marci a Robert Boyle.

Představme si dva světelné svazky a ptejme se jaká bude výsledná intenzita světla I v nějakém bodě Q , kde se oba svazky překrývají. Odpovědí je následující formule

$$I = I_1 + I_2 + 2 \operatorname{Re} \Gamma_{12}, \quad (1)$$

kde I_1 a I_2 jsou intenzity jednotlivých svazků v místě Q a $\operatorname{Re} \Gamma_{12}$ je reálná část korelační funkce Γ_{12} . Právě tato korelační funkce druhého řádu určuje vzájemnou míru koherence obou svazků a tudíž i kontrast interferenčních proužků;

$$\Gamma_{12} = \langle V_1^* V_2 \rangle, \quad (2)$$

kde V_1 a V_2 jsou tzv. komplexní analytické signály reprezentující amplitudy obou světelných vln v bodě Q včetně informace o jejich fázi (podrobnější výklad teorie koherence nalezne čtenář např. v české knížce [3]). Úhlové závorky označují statistické středování.² Korelační funkce hrají při popisu koherenčních vlastností elektromagnetického záření klíčovou úlohu. Obecně lze (a je potřeba) definovat i korelační funkce vyšších řádů, v nichž vystupuje v součinu více analytických signálů, přičemž každý z nich může být uvažován v jiném bodě prostoru a v jiném čase.

V případě slabých polí, kdy se již nedá přehlížet diskrétní charakter kvant elektromagnetického pole, lze statistické a korelační vlastnosti světla charakterizovat pomocí statistiky fotoelektronů vyletujících z fotokatod detektorů, tj. pomocí fotopulsní statistiky. Leonard Mandel, taktéž z Rochesterské univerzity, odvodil v rámci semiklasické teorie koherence tzv. *fotodetekční rovnici*, určující pravděpodobnostní rozdělení $p(n, T, t)$ počtu fotoelektrických pulsů n v daném časovém intervalu T od okamžiku t v závislosti na integrované intenzitě $W = \int_t^{t+T} I(\tau) d\tau$:

$$p(n, T, t) = \frac{1}{n!} \langle (\eta W)^n \exp(-\eta W) \rangle, \quad (3)$$

kde úhlové závorky značí statistické středování fluktuací integrované intenzity světla W a η je účinnost detektoru. Klasické odvození vychází z představy, že pravděpodobnost absorpce fotonu (emise fotoelektronu) v infintezimálním časovém intervalu je úměrná okamžité intenzitě světla. R. Glauber později předložil plně kvantové odvození fotodetekční rovnice. Od šedesátých let minulého století prováděl L. Mandel průkopnické experimenty s interferencí nezávislých optických svazků, kvantovou fází a později s „entanglovanými“ (čili kvantově korelovanými, provázanými) páry fotonů.

2 Kvantová teorie optické koherence

V roce 1963 publikoval Roy Glauber ve Physical Review dvě práce [4, 5], které otevřely nový směr moderní optiky (těmto článkům předcházela ještě stručná publikace ve Physical Review Letters [6] předznamenávající již některé hlavní myšlenky). Profesor Glauber se tak vlastně stal zakladatelem kvantové optiky. Zavedl kvantové korelační funkce, jež lze měřit pomocí fotodetektorů, a využil tzv. koherentní stavy zavedené už v roce 1926 Schrödingerem [7]. To mu umožnilo popsat koherenční vlastnosti slabých, *kvantových* optických svazků. Jeho kvantový popis koherence umožnil rozlišit světlo „klasické“, popsatelné klasickou teorií koherence (např. i světlo vyzařované laserem), a světlo, které nemá klasickou analogii a může být popsáno pouze kvantovými prostředky. To vedlo k objevu tzv. kvadraturně stlačeného světla, u něhož je šum určitých fyzikálních veličin (tzv. kvadraturních složek) menší než u ideálního laserového světla, a světla se sub-poissonovskou fotopulsní statistikou, jehož krajní podobou jsou stavy světla s přesným počtem fotonů (pravděpodobnost nalezení určitého počtu fotonů v koherentním stavu generovaném ideálním laserem se řídí Poissonovou distribucí). Mezi další zajímavé neklasické stavy světla patří už zmíněné provázané stavy.

V prvním ze dvou výše zmíněných článků [4] Glauber vysvětluje fyzikální význam oddělení pozitivně a negativně frekvenčních složek pole a zavádí kvantové korelační funkce. V klasické teorii koherence se obvykle za veličinu, která vystupuje v procesech měření, považuje reálný vektor elektromagnetického pole. Komplexní analytický signál (získaný započtením pouze pozitivně frekvenčních složek Fourierova rozvoje) je jen výhodným matematickým nástrojem bez hlubší fyzikální interpretace. V situacích, kdy se stávají

²Souborové střední hodnoty se v klasické teorii koherence používají obvykle i tehdy, když se pracuje s detektory, které provádějí středování časové. To samozřejmě vyžaduje jisté dodatečné předpoklady (o ergodičnosti optických polí). Jasnou interpretaci má souborové středování při zpracování opakovaných realizací experimentu, např. s pulsním laserem. V kvantové teorii koherence je středování jednoznačně spojeno s výpočtem kvantově mechanických středních hodnot.

významnými kvantové procesy, je ale situace jiná. Detekce fotonu obvykle probíhá prostřednictvím jeho pohlcení, např. při excitaci vyšší energetické hladiny elektronu v atomu. To je spojeno s anihilací fotonu, takže veličina, která tento proces ovlivňuje, je pozitivně frekvenční část pole

$$\mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}, t) = \int_0^\infty \mathbf{a}(\omega) \mathbf{e}(\omega, \mathbf{r}) \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (4)$$

kde $\mathbf{a}(\omega)$ je anihilační operátor fotonu v modu $\mathbf{e}(\omega, \mathbf{r})$; pracuje se v Heisenbergově obraze. Uvažujme idealizovaný detektor zanedbatelných (např. atomárních) rozměrů s frekvenčně nezávislou citlivostí. Předpokládejme, že při procesu detekce přejde pole z počátečního stavu $|i\rangle$ do konečného stavu $|f\rangle$ a je absorbován jeden foton s polarizací ve směru μ . Pravděpodobnost za jednotku času, že nějaký foton bude absorbován a pole přejde do některého z mnoha možných konečných stavů, je pak úměrná

$$\sum_f \left| \langle f | E_\mu^{(+)}(\mathbf{r}, t) | i \rangle \right|^2 = \langle i | E_\mu^{(-)}(\mathbf{r}, t) E_\mu^{(+)}(\mathbf{r}, t) | i \rangle, \quad (5)$$

kde $E_\mu^{(-)}(\mathbf{r}, t) = [E_\mu^{(+)}(\mathbf{r}, t)]^\dagger$ je negativně frekvenční část pole (související s kreací fotonu). Takovýto modelový detektor je analogický tomu, co se v klasických experimentech nazývá *kvadratický detektor*. Všimněme si ale, že se zde počítá střední hodnota součinu $E_\mu^{(-)}(\mathbf{r}, t) E_\mu^{(+)}(\mathbf{r}, t)$, nikoli $E_\mu^2(\mathbf{r}, t)$ (tato veličina nemůže vystupovat v konzistentní teorii detekce, neboť její střední hodnota je nenulová i pro vakuvý stav). Máme-li dva detektory v různých místech \mathbf{r}_1 a \mathbf{r}_2 , potom pravděpodobnost za jednotku času na druhou, že jeden zaregistruje foton polarizace μ v okamžiku t_1 a druhý foton polarizace ν v okamžiku t_2 , bude

$$\langle i | E_\mu^{(-)}(\mathbf{r}_1, t_1) E_\nu^{(-)}(\mathbf{r}_2, t_2) E_\nu^{(+)}(\mathbf{r}_2, t_2) E_\mu^{(+)}(\mathbf{r}_1, t_1) | i \rangle. \quad (6)$$

Nebo obecně pro smíšený stav pole popsany maticí hustoty ρ

$$\text{Tr} \left[\rho E_\mu^{(-)}(\mathbf{r}_1, t_1) E_\nu^{(-)}(\mathbf{r}_2, t_2) E_\nu^{(+)}(\mathbf{r}_2, t_2) E_\mu^{(+)}(\mathbf{r}_1, t_1) \right]. \quad (7)$$

Analogicky lze konstruovat i korelační funkce vyšších řádů. Korelační funkce (7) se hodí např. k popisu experimentů typu Hanbury Brownova a Twissova korelačního měření (korelace intenzit) [8].

Ve druhém klíčovém článku [5] Glauber zavádí popis elektromagnetického pole pomocí *koherentních stavů*. Ukazuje, že každý čistý stav pole lze zapsat ve tvaru

$$|\psi\rangle = f(\mathbf{a}^\dagger) |\text{vac}\rangle = \frac{1}{\pi} \int |\alpha\rangle f(\alpha^*) \exp\left[-\frac{1}{2}|\alpha|^2\right] d^2\alpha, \quad (8)$$

kde koherentní stav $|\alpha\rangle$ je vlastním stavem anihilačního operátoru \mathbf{a} , tedy $\mathbf{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$, \mathbf{a}^\dagger značí kreační operátor a $|\text{vac}\rangle$ vakuový stav; integrace probíhá přes komplexní rovinu α . Na rozdíl od Fockova stavu $|n\rangle$ s definovaným počtem fotonů a zcela neurčitou fází popisuje koherentní stav $|\alpha\rangle = \exp(-|\alpha|^2/2) \sum_{n=0}^\infty (\alpha^n / \sqrt{n!}) |n\rangle$ pole s poměrně dobře definovanou fází, zato však neurčitým (částečně „rozmazaným“) počtem fotonů; je vhodný pro popis koherence jako kooperativního bosonového jevu. Pomocí (neortogonálního) systému koherentních stavů lze rozvinout nejen vektory, ale i operátory, a tedy i operátor hustoty

$$\rho = \frac{1}{\pi^2} \int R(\alpha^*, \beta) |\alpha\rangle \langle \beta| \exp\left[-\frac{1}{2}(|\alpha|^2 + |\beta|^2)\right] d^2\alpha d^2\beta, \quad (9)$$

kde R je váhová funkce. Nicméně operátor hustoty lze zapsat dokonce i v jednodušším, „diagonálním“ tvaru jako váženou superpozici matic hustoty koherentních stavů,

$$\rho = \int P(\alpha) |\alpha\rangle \langle \alpha| d^2\alpha. \quad (10)$$

Tato reprezentace operátoru hustoty je vhodná k výpočtům výše zmíněných kvantových korelačních funkcí typu (7). Z tvaru rovnice (10) by se mohlo zdát, že funkce $P(\alpha)$ má význam klasické pravděpodobnostní distribuce říkající, že oscilátor (mod pole) je s pravděpodobností $P(\alpha)$ v koherentním stavu $|\alpha\rangle$. Jenže interpretace, že oscilátor je v nějakém koherentním stavu a my jen nevíme ve kterém, není obecně správná, což je dokumentováno faktem, že funkce $P(\alpha)$ nemá vždy vlastnosti hustoty pravděpodobnosti – např. může být i záporná anebo „singulárnější“ než Diracova delta-funkce. Glauber ale dále ukazuje, že

stavy světla generované většinou klasických zdrojů se dají popsat funkcí $P(\alpha)$ ve tvaru Gaussovy funkce. Naopak optická pole, která nemají klasickou analogii, jako je pole jednoho atomu, různé svazky generované v nelineární optice apod., jsou popsána zobecněnou distribucí $P(\alpha)$ nemající charakter hustoty pravděpodobnosti.

R. J. Glauber se svými žáky (U. M. Titulaerem, B. R. Mollowem, K. E. Cahillem a dalšími) dále studoval mj. obecné vlastnosti matice hustoty elektromagnetického pole, fyzikální význam obecného uspořádání operátorů pole a aplikoval též základní aparát kvantové teorie koherence na optické parametrické procesy. To otevřelo možnosti rozsáhlého využití nelineárního jevu sestupné frekvenční konverze ke studiu kvantových vlastností světla, odstartovalo rozvoj tzv. kvantové homodynní tomografie, která umožňuje rekonstrukce kvantových stavů, a v konečném důsledku i umožnilo vznik nového oboru zabývajícího se kvantovým zpracováním a přenosem informace. Díky úsilí mnoha dalších pracovišť po celém světě, včetně optických pracovišť Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci, byly metody kvantové optiky postupně aplikovány na studium nejrůznějších stavů optických polí vhodných např. pro optické sdělování a optická měření, na šíření optických svazků v náhodných a nelineárních prostředích, na problémy generace neklasických optických svazků v nelineárních procesech atd. Většina těchto výsledků je shrnuta v jedné z prvních monografií o teorii klasické a kvantové koherence a kvantové optice [9].

Kvantová optika, jejíž základy položil R. Glauber, dnes představuje důležitý nástroj pro realizaci nových, *kvantových* schémat pro přenos a zpracování informace, jako jsou kvantová kryptografie (která poskytuje utajený přenos informace, jehož bezpečnost je garantována fyzikálními zákony), kvantová teleportace (kdy lze objekt v určitém kvantovém stavu přenést z jednoho místa na druhé, aniž by musel projít všemi body spojující trajektorie), super-přesná kvantová měření (použitelná např. při detekci gravitačních vln) či kvantová hradla a kvantové počítače (které jsou schopné pracovat se superpozicemi více různých „klasických“ stavů registru a předčít tak v efektivitě běžné klasické počítače) [10].

3 Nelehký zrod kvantové teorie koherence

V únoru 1963 se v Paříži konala konference o kvantové elektronice. Ve sborníku [11] lze nalézt záznamy dozajista bouřlivých diskusí doprovázejících přednášky o teorii koherence. I tyto diskuse nepochybně přispěly k formování vznikající kvantové teorie koherence. Zároveň ale také ukazují, že prosadit novou myšlenku nemusí být, ani při nejlepší vůli všech zúčastněných, vždy jednoduché a přímočaré. Přibližme si onu atmosféru několika úryvky z diskusních příspěvků:

Diskuse po přednášce Emila Wolfa nazvané *Recent Researches on Coherent Properties of Light* ([11] s. 13, zápis diskuse na s. 34) začala otázkou Roye Glaubera, jak lze dokázat, že světlo z termálního zdroje má gaussovské pravděpodobnostní rozdělení amplitud. Wolf stručně vysvětlil, že to v podstatě vyplývá z centrální limitní věty a poskytl odkazy na několik prací zabývajících se touto problematikou. Všechny byly postaveny na klasických modelech. Rozprava pak pokračovala následovně:

R. Glauber: „Myslím, že k tomu problému by se mělo přistupovat kvantově mechanicky.“

E. Wolf: „Řekl jsem už na začátku své přednášky, že budu hovořit pouze o klasickém a semi-klasickém přístupu. Zajisté by stálo za to pokusit se formulovat teorii koherence plně kvantově mechanicky, ale to asi nebude snadné. ...“³

Přitom hned jedna z dalších přednášek se jmenovala *Quantum Theory of Coherence* ([11], s. 111, zápis diskuse na s. 118). Přednášejícím byl Roy Glauber. I po této přednášce se rozvinula diskuse, mimo jiné bylo řečeno:

E. Wolf: „... Některé definice navržené Dr. Glauberem se příliš neliší od těch, které diskutoval Dr. Mandel i já v dřívějších příspěvcích v této sekci. Oddělení pozitivně a negativně frekvenčních částí odpovídá naším analytickým signálům. ...“

R. Glauber: „... Pokud jde o oddělení pozitivně a negativně frekvenčních částí pole, je to nevyhnutelná procedura v každé kvantové mechanické teorii. Vlastně bych Vám měl připomenout, že Dr. Gabor, jehož definici analytického signálu jste načrtl, byl k tomuto rozdělení motivován kvantově mechanickými důvody. ...“

Mimořadně, i po výše zmíněné přednášce Leonarda Mandela (s názvem *Some Coherence Properties of Non-Gaussian Light* [11], s. 101, zápis diskuse na s. 108) se rozvinula debata poukazující na potřebu plně kvantového popisu koherence světla. Roy Glauber ve svém komentáři mj. řekl: „... Pokud chcete

³Profesor Wolf později sám přispěl k rozvoji kvantové teorie koherence (mj. např. popisem korelačních vlastností záření absolutně černého tělesa – spolu s C. L. Mehtou). Uvedená ukázka jen ilustruje, jak je těžké předjímat vývoj nových myšlenek ve fyzice.

použít energetické vlastní stavy modů jako množinu bázových funkcí – což můžete – pak musíte ve svém odvození použít nediagonální matici hustoty. Vaše odvození přehlíží některé z nejdůležitějších vlastností fotonů. Použít je tak, jak to děláte Vy, znamená porušit komplementaritu mezi počtem fotonů a fází pole.“⁴

Nahlížíme-li do zákulisí událostí doprovázejících období formování kvantové teorie koherence, stojí za to zmínit se i o vydání dvou výše zmíněných fundamentálních Glauberových článků [4, 5]. Profesor, který psal pro *Physical Review* oponentský posudek, se kdysi jednomu z autorů tohoto článku (J. P.) svěřil, že byl na něho vyvíjen tlak, aby Glauberovy rukopisy zamítl. Oponent byl ale moudrý muž, který rozpoznal význam Glauberovy práce a články k publikaci doporučil.

4 Roy J. Glauber

Roy Jay Glauber se narodil 1. září 1925 v New York City. Zájem o fyziku projevoval už coby chlapec. Sám si například doma postavil dalekohled. Na střední škole jeho náklonnost k fyzice ještě vzrostla. Již jako student na Harvardu (v letech 1944–1946) pracoval také na projektu Manhattan (v rámci něhož byla vyvinuta první jaderná puma). Podílel se mimo jiné na výpočtech kritické hmotnosti a účinnosti exploze. Promoval v roce 1946 a doktorát získal v roce 1949 taktéž na Harvardské univerzitě. Poté pracoval v několika významných výzkumných institucích, mimo jiné v Institutu pro pokročilá studia v Princetonu a v Kalifornském technologickém institutu a jako hostující výzkumný pracovník také v CERNu. V roce 1952 se vrátil na Harvardskou univerzitu (Cambridge, Massachusetts, USA), kde působí i v současnosti jako profesor fyziky. Profesor Glauber je znám nejen díky své pionýrské práci v kvantové optice. Ve fyzice vysokých energií je při studiu interakcí těžkých iontů již léta užíván tzv. *Glauberův model*. I v současné době se R. Glauber stále zabývá mnoha oblastmi kvantové optiky a fyziky vysokých energií. Konkrétně například interakcí světla s ionty v pasti, statistickými vlastnostmi atomových svazků, algebraickými metodami pro práci s fermionovou statistikou, koherenčními vlastnostmi a korelacemi mezi boseovskými atomy blízko Boseovy-Einsteinovy kondenzace, podstatou „kvantových skoků“, modely vícenásobného proton-protonového a proton-antiprotonového rozptylu a mnohými dalšími problémy.

Jeden ze spoluautorů tohoto článku (J. P.) měl to štěstí potkat se profesorem Glauberem několikrát osobně: „Poprvé jsem se s prof. Glauberem setkal v roce 1969 na počátku své odborné kariéry na první letní škole z kvantové optiky, kterou pořádali P. Farago a R. M. Sillito v Carberry Tower u Edinburghu [13]. Byla to zajímavá zkušenost, neboť této letní školy se zúčastnili tehdejší nejvýznamnější odborníci oboru: laureát Nobelovy ceny A. Kastler, pozdější laureáti N. Bloembergen a A. L. Schawlow, dále profesori H. Haken, T. W. B. Kibble, W. H. Louisell, E. R. Pike, G. W. Series, G. Toraldo di Francia, L. Mandel a další. Později jsem měl příležitost setkat se s R. Glauberem na řadě dalších konferencí a letních škol z kvantové optiky, zejména těch pravidelně konaných v Polsku, na nichž prof. Glauber upoutával pozornost svými brilantními přednáškami. Co řekl, dalo se hned tisknout.“

Reference

- [1] YOUNG, T.: *Experimental Demonstration of the General Law of the Interference of Light*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, vol. 94 (1804).
- [2] BORN, M., WOLF, E.: *Principles of Optics*. Pergamon Press, Oxford, 1. vydání 1959.
- [3] PEŘINA, J.: *Teorie koherence*. SNTL, Praha, 1975.
- [4] GLAUBER, R. J.: *The Quantum Theory of Optical Coherence*, Phys. Rev. 130 (1963), 2529.
- [5] GLAUBER, R. J.: *Coherent and Incoherent States of the Radiation Field*, Phys. Rev. 131 (1963), 2766.
- [6] GLAUBER, R. J.: *Photon Correlations*, Phys. Rev. Lett. 10 (1963), 84.
- [7] SCHRÖDINGER, E.: *Der stetige Übergang von der Mikro- zur Makromechanik*, Naturwissenschaften 14 (1926), 664.

⁴I příspěvek L. Mandela ke kvantové teorii koherence a kvantové optice vůbec je obrovský – viz např. [12].

- [8] HANBURY BROWN, R., TWISS, R. Q.: *Correlation between photons in two coherent beams of light*, Nature 177 (1956), 27.
- [9] PEŘINA, J.: *Coherence of Light*. Van Nostrand, London, 1972; Mir, Moskva 1974; D. Reidel, Dordrecht, 1985.
- [10] DUŠEK, M.: *Koncepční otázky kvantové teorie*. Univerzita Palackého, Olomouc, 2002.
- [11] GRIVET, P., BLOEMBERGEN, N., eds.: *Quantum Electronics, Proceedings of the Third International Congress*. Dunod, Paris, 1964.
- [12] MANDEL, L., WOLF, E.: *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1995.
- [13] KAY, S. M., MAITLAND, A., eds.: *Quantum Optics*. Academic Press, London, 1970.