



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Inovace a zvýšení atraktivity studia optiky  
reg. č.: CZ.1.07/2.2.00/07.0289

Řešené úlohy k přednáškám  
**Optika anizotropních prostředí OPT/ANIZ**  
**Optika krystalů OPT/OK**  
(řešení úloh pomocí programů OSLO Premium fy Lambda Research)

Zdeněk Bouchal

*Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.*

## OBSAH:

### I. Simulace ideálních polarizačních prvků pomocí transformačních matic

- I.1 Ideální polarizátor
- I.2 Soustava ideálních polarizátorů
- I.3 Půlvlnná fázová destička
- I.4 Čtvrtvlnná fázová destička
- I.5 Normální polarizační módy fázové destičky
- I.6 Soustava polarizátoru, fázové destičky a analyzátoru
- I.7 Simulace Lyotova filtru

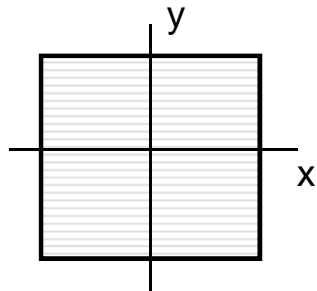
### II. Trasování paprsků anizotropními optickými prvky a systémy

- II.1 Průchod paprsků Wollastonovým hranolem
- II.2 Průchod paprsků Rochonovým hranolem
- II.3 Průchod paprsků Sénarmontovým hranolem

## Úloha I.1 Ideální polarizátor

Zadání: Sestavte transformační matici ideálního polarizátoru propustného pro kmitosměr elektrického pole, který svírá s osou x úhel  $\varphi$ . Vypočtěte propustnost polarizátoru pro lineárně polarizovanou vstupní vlnu s kmitosměrem, který svírá s osou x úhej  $\Phi$  a pro kruhově polarizovanou vstupní vlnu. Činnost polarizátoru simulujte v programu Oslo Premium a proveďte kontrolu obecných vztahů vyčíslením pro  $\varphi=\pi/6$  a  $\Phi=-\pi/10$ .

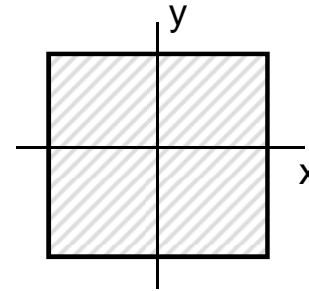
Polarizátor propustný v ose x



$$P_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Výstupní polarizace  $J = \begin{bmatrix} J'_x \\ J'_y \end{bmatrix}$

Polarizátor propustný ve směru  $\varphi$

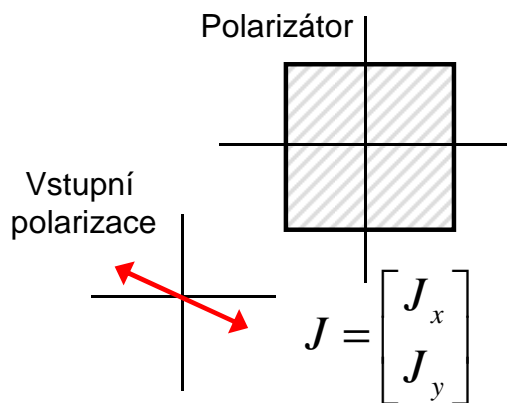


Matice polarizátoru:

$$P = R_{-\varphi} P_x R_{\varphi}$$

Matice rotace:

$$R_{\varphi} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$



Vstupní intenzita:  $I = J^+ \cdot J = 1$

Výstupní polarizační stav

$$J' = PJ = \begin{bmatrix} J_x \cos^2 \varphi + \frac{1}{2} J_y \sin 2\varphi \\ \frac{1}{2} J_x \sin 2\varphi + J_y \sin^2 \varphi \end{bmatrix}$$

Výstupní intenzita

$$I' = |J'_x|^2 \cos^2 \varphi + |J'_y|^2 \sin^2 \varphi + \frac{1}{2} (J_x J_y^* + J_x^* J_y) \sin 2\varphi$$

# Ideální polarizátor – simulace Oslo Premium

Postup A: Zadání výsledné matice polarizátoru propustného ve směru  $\varphi$

Surface Data

Select special data type:

Gen Setup Wavelength Field Points Variables Draw Off Group Notes

Lens: No name Zoom 1 of 1 Efl 1.0000e+54

Ent beam radius 1.000000 Field angle 5.7296e-05 Primary wavln 0.587560

SRF	RADIUS	THICKNESS	APERTURE RADIUS	GLASS	SPECIAL
OBJ	0.000000	1.0000e+20	1.0000e+14	AIR	
AST	0.000000	0.000000	1.000000	AS	Z
IMS	0.000000	0.000000	1.000000	S	

- Surface Note (N)
- Surface Control (F)
- Coordinates (C)
- Perfect Lens (L)
- Polynomial Asphere (A)
- Spline Surface (S)
- Diffractive Surface (D)
- Gradient Index (G)
- Multilayer Coating (M)
- ✓ Polarization Element (Z)
- Eikonal Surface (E)
- User Surface (U)
- Interferometric Deformation (I)

Směr propustnosti polarizátoru:  
 $\varphi = \pi/6$  (vztaženo k ose x)

Směr kmitů vstupní lineární polarizace  
 $\Phi = -\pi/18$  (vztaženo k ose x)

Matice polarizátoru:

$$P = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi & \sin \varphi \cos \varphi \\ \sin \varphi \cos \varphi & \sin^2 \varphi \end{bmatrix}$$

Lineární polarizace:

Kmitosměr (vztažený k ose y)

Polarization Element Data < Surface Data

0.75

surface 1

	AMPLITUDE	PHASE	AMPLITUDE	PHASE
JA	0.750000	0.000000	JB	0.433000
JC	0.433000	0.000000	JD	0.250000

Delete Polarization Element

Polarization Conditions < Surface Data

Zadání vstupní polarizace:

Use polarization raytrace:  Yes  No

Degree of polarization: 1.000000

Polarization ellipse minor axis/major axis ratio: 0.000000

Angle between object y-axis and ellipse major axis: -80.000000

Handedness of ellipse:  Right  Left

Use 1/4 wave MgF2 coating:  Yes  No

Include internal transmittance:  Yes  No

Use electric dipole intensity:  Yes  No

# Ideální polarizátor – simulace Oslo Premium

Postup B: Přímé zadání matic otočení do úhlu  $\varphi$ , matice polarizátoru pro směr propustnosti v ose x

Surface Data

Gen Setup Wavelength Field Points Variables Draw Off Group Notes

Lens: No name Zoom 1 of 1 Efl 1.0000e+54

Ent beam radius 1.000000 Field angle 5.7296e-05 Primary wavln 0.587560

SRF	RADIUS	THICKNESS	APERTURE RADIUS	GLASS	SPECIAL
OBJ	0.000000	1.0000e+20	1.0000e+14	AIR	
AST	0.000000	0.000000	1.000000	AS	Z
2	0.000000	0.000000	1.000000	S	Z
3	0.000000	0.000000	1.000000	S	Z
IMS	0.000000	0.000000	1.000000	S	

Rotace:  $R_\varphi$

Polarization Element Data < Surface Data

0.866

Surface 1

	AMPLITUDE	PHASE		AMPLITUDE	PHASE
JA	0.866000	0.000000	JB	0.500000	0.000000
JC	0.500000	180.000000	JD	0.866000	0.000000

Delete Polarization Element

$$P = R_{-\varphi} P_x R_\varphi$$

Polarizátor propustný v ose x:  $P_x$

Zpětná rotace:  $R_{-\varphi}$

Polarization Element Data < Surface Data

1.0

Surface 2

	AMPLITUDE	PHASE		AMPLITUDE	PHASE
JA	1.000000	0.000000	JB	0.000000	0.000000
JC	0.000000	0.000000	JD	0.000000	0.000000

Delete Polarization Element

Polarization Element Data < Surface Data

0.866

Surface 3

	AMPLITUDE	PHASE		AMPLITUDE	PHASE
JA	0.866000	0.000000	JB	0.500000	180.000000
JC	0.500000	0.000000	JD	0.866000	0.000000

Delete Polarization Element

# Ideální polarizátor – výsledek simulace Oslo Premium

Postupy zadání polarizátoru A a B dávají identické výsledky

TW 1 \*

Len Spe Rin Ape Wav Pxc Abr Mrg Chf Tra Sop Ref Fan Spd Auf Var Ope Ite

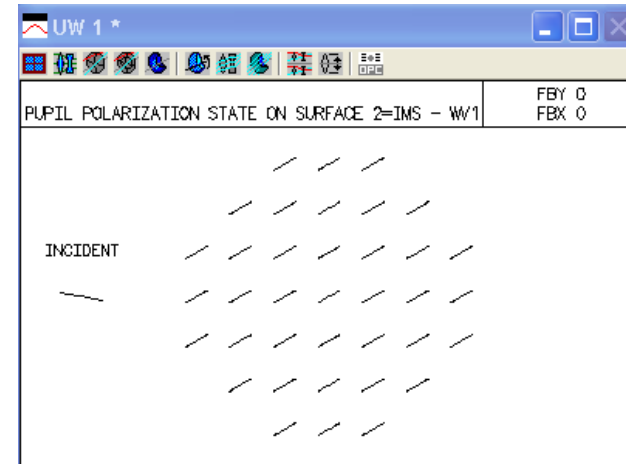
\*TRANSMITTANCE ANALYSIS: MONOCHROMATIC

APDIV	17.030000
SRF	WV1(0.588)
1 INT	1.000000
SRF	0.586817
2 INT	1.000000
SRF	1.000000
INT TOT	1.000000
SRF TOT	0.586817
TRANS	0.586817

Lineární vstupní polarizace:  $J_x = \cos \Phi$ ,  
 $\Phi = -\pi/18$  (vztaženo k ose x)  $J_y = \sin \Phi$

Orientace polarizátoru:  
 $\varphi = \pi/6$  (vztaženo k ose x)

$I' = 0.5868$

$$I' = |J_x|^2 \cos^2 \varphi + |J_y|^2 \sin^2 \varphi + \frac{1}{2} (J_x J_y^* + J_x^* J_y) \sin 2\varphi$$


TW 1 \*

Len Spe Rin Ape Wav Pxc Abr Mrg Chf Tra Sop Ref Fan Spd Auf Var Ope Ite

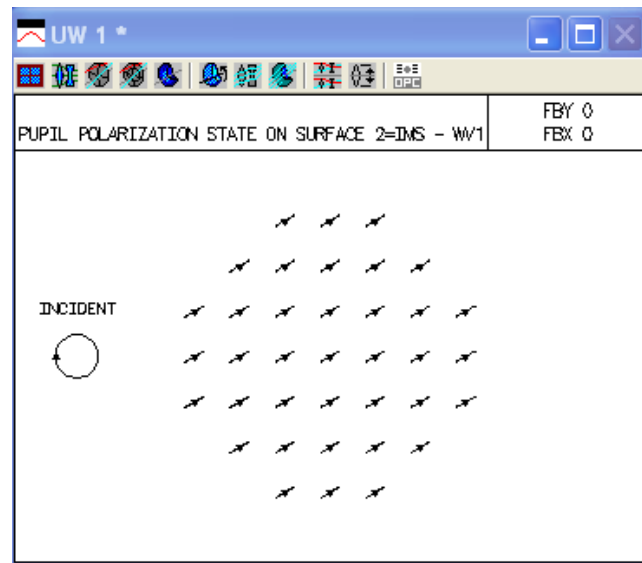
\*TRANSMITTANCE ANALYSIS: MONOCHROMATIC

APDIV	17.030000
SRF	WV1(0.588)
1 INT	1.000000
SRF	0.499989
2 INT	1.000000
SRF	1.000000
INT TOT	1.000000
SRF TOT	0.499989
TRANS	0.499989

Kruhová vstupní polarizace:  $J_x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  
 $J_y = \frac{i}{\sqrt{2}}$

Orientace polarizátoru:  
 $\varphi = \pi/6$  (vztaženo k ose x)

$I' = 0.5$



# Úloha I.2 Soustava „N“ ideálních polarizátorů

Zadání: Lineárně polarizovaná vlna s kmitoměrem orientovaným v ose x prochází přes soustavu N polarizátorů, které jsou nastaveny tak, že první je propustný ve směru, který s osou x svírá úhel  $\varphi_1=\pi/(2N)$ , j-tý v úhlu  $\varphi_j=j\pi/(2N)$  a N-tý v úhlu  $\varphi_N=N\pi/(2N)$ . Pomocí programu Oslo Premium ověřte, že prošlý svazek je lineárně polarizovaný podél osy y a má intenzitu  $I'=[\cos(\pi/2N)]^{2N}$ .

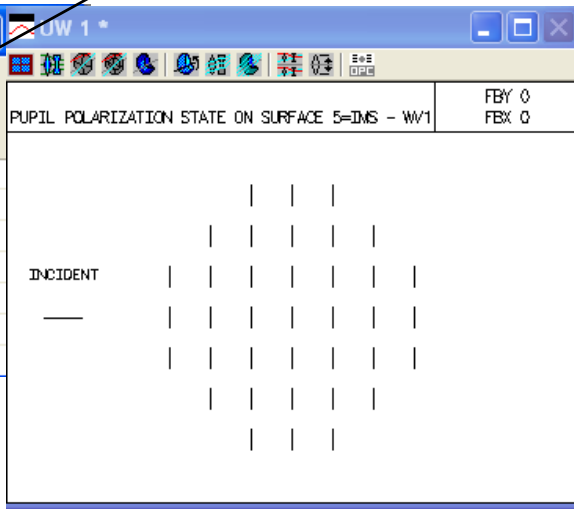
## Oslo Premium - ověření pro N=4

SRF	INT	SRF	INT	SRF	INT	SRF	INT	SRF	INT	SRF	INT
1	1.000000	SRF	0.853666	2	1.000000	SRF	0.853573	3	1.000000	SRF	0.853666
4	1.000000	SRF	0.853573	5	1.000000	SRF	1.000000	INT TOT	1.000000	SRF TOT	0.530954
TRANS		0.530954									

$$I' = \left[ \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \right]^8 = 0.53 \checkmark$$

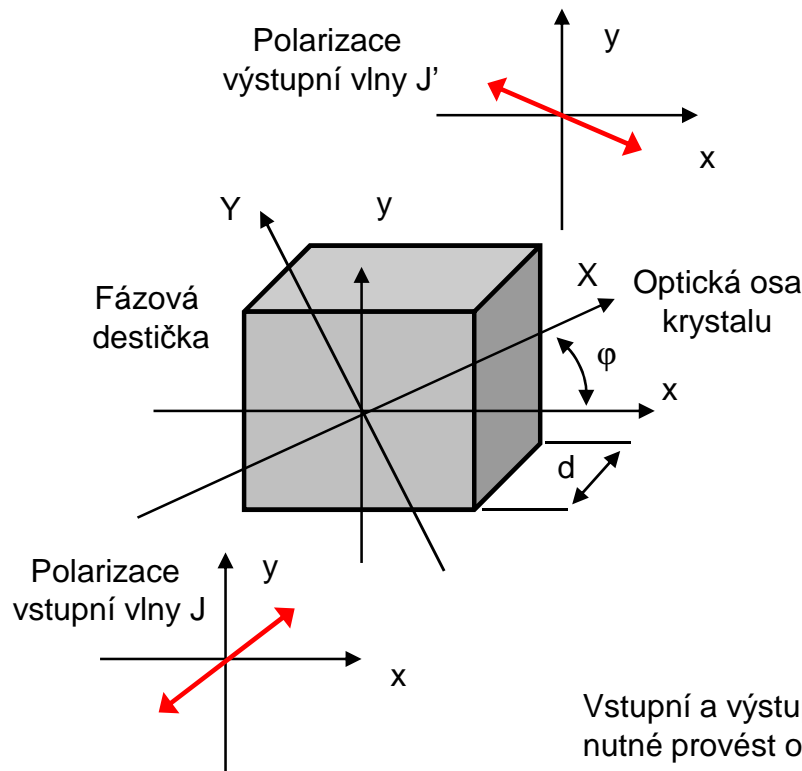
SRF	RADIUS	THICKNESS	APERTURE RADIUS	GLASS	SPECIAL
OBJ	0.000000	1.0000e+20	1.0000e+14	AIR	
AST	0.000000	0.000000	1.000000	AS	Z
2	0.000000	0.000000	1.000000	S	Z
3	0.000000	0.000000	1.000000	S	Z
4	0.000000	0.000000	1.000000	S	Z
IMS	0.000000	0.000000	1.000000	S	

	AMPLITUDE	PHASE	AMPLITUDE	PHASE
JA	0.853600	0.000000	JB	0.353600
JC	0.353600	0.000000	JD	0.146400



## Úloha I.3 Půlvlnná fázová destička

**Zadání:** Sestavte transformační matici ideální půlvlnné fázové destičky, jejíž optická osa leží v rovině (x,y) a svírá s osou x úhel  $\varphi$ . Určete polarizační stavy za fázovou destičkou pro lineárně polarizovanou vstupní vlnu, jejíž kmitosměr svírá s osou x úhel  $\Phi$  a pro levotočivě kruhově polarizovanou vstupní vlnu. Činnost půlvlnné fázové destičky simulujte v programu Oslo Premium. Kontrolu obecných vztahů proveďte vyčíslením pro  $\varphi=\pi/8$  a  $\Phi=0$ .



Fázová destička je planoparalelní destička vyrobená z jednoosého anizotropního materiálu (krystalu), tak, že optická osa krystalu leží v rovině destičky a svírá s osou x úhel  $\varphi$ . Normální módy polarizované podél osy X (optická osa krystalu) a osy Y se šíří rozdílnými fázovými rychlostmi  $c/n_e$  a  $c/n_o$ , kde  $n_e$  a  $n_o$  značí mimořádný a řádný index lomu prostředí. Při průchodu fázovou destičkou proto dochází k zavedení fázového rozdílu mezi polarizační složky kmitající podél os X a Y:

$$\Delta\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_e - n_o)$$

Půlvlnná fázová destička:  $\Delta\Gamma = \pi \rightarrow d = \frac{\lambda}{2(n_e - n_o)}$

Transformační matice fázové destičky pro osy X a Y:

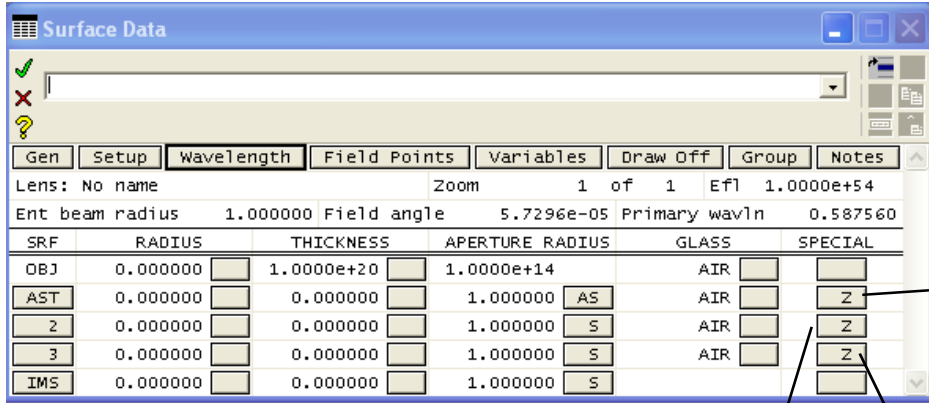
$$W_0 = \begin{bmatrix} \exp(-i\Delta\Gamma/2) & 0 \\ 0 & \exp(i\Delta\Gamma/2) \end{bmatrix}$$

Vstupní a výstupní polarizace je určena pomocí složek kmitajících podél os x a y, proto je nutné provést otočení do směru os X a Y, pro které známe fázové rychlosti šíření:

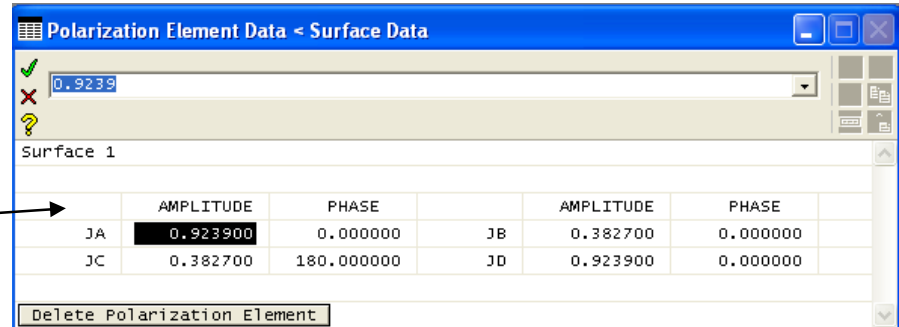
Výsledná matice fázové destičky:  $W = R_{-\varphi} W_0 R_{\varphi}$       Výstupní polarizační stav:  $J' = WJ$



# Půlvlnná fázová destička – simulace Oslo Premium



Rotace:  $R_\varphi$

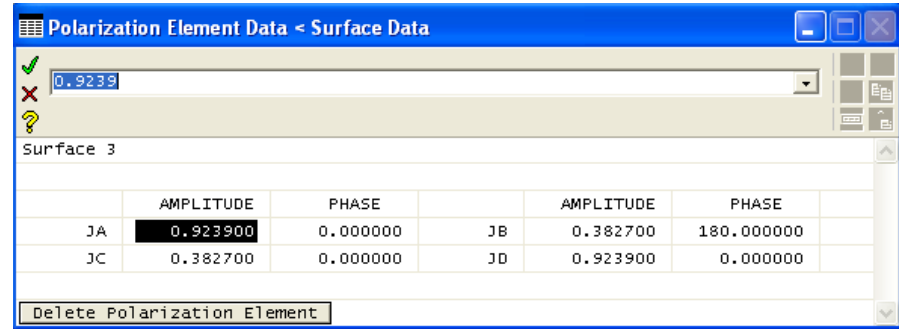
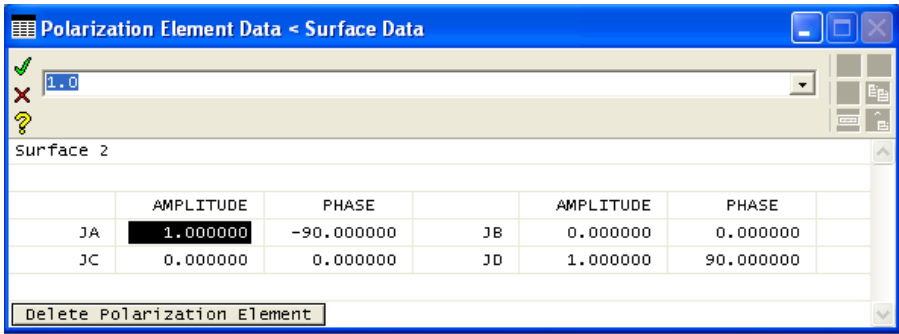


Parametry destičky:  
 $\Delta\Gamma = \pi, \quad \varphi = \pi/8$

$$W = R_{-\varphi} W_0 R_\varphi$$

Matice půlvlnné destičky  
 v osách X a Y:  $W_0$

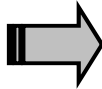
Zpětná rotace:  $R_{-\varphi}$



# Půlvlná fázová destička a lineárně polarizovaná vstupní vlna – simulace Oslo Premium

Jonesův vektor vstupní polarizace:  $J = \begin{bmatrix} \cos \Phi \\ \sin \Phi \end{bmatrix}$

Jonesův vektor výstupní polarizace:  $J' = WJ = \begin{bmatrix} \cos(2\varphi - \Phi) \\ \sin(2\varphi - \Phi) \end{bmatrix}$

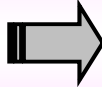


Lineárně polarizovaná vlna zůstává po průchodu půlvlnou destičkou lineárně polarizovaná ale její kmitosměr je stočen o úhel:

$$\Delta\Phi = 2(\varphi - \Phi)$$

Obecný polarizační stav:  $J = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y e^{i\delta} \end{bmatrix}$

Stokesovy parametry polarizačního stavu:  $(S_0, S_1, S_2, S_3)$



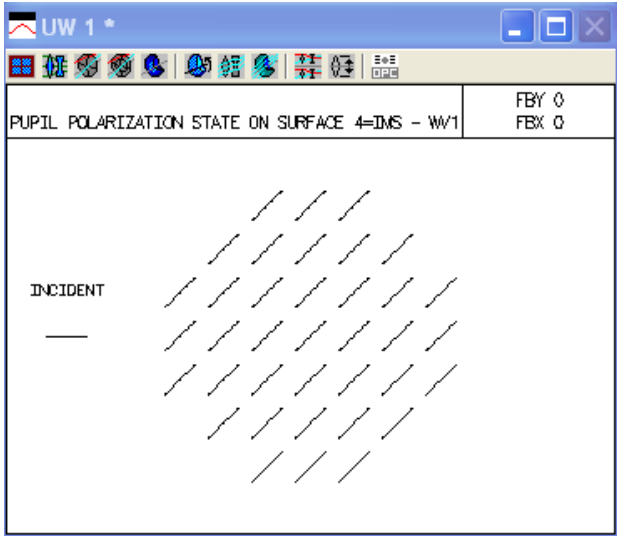
$$S_0 = 1, \quad S_1 = a_x^2 - a_y^2,$$

$$S_2 = 2a_x a_y \cos \delta, \quad S_3 = 2a_x a_y \sin \delta.$$

Parametry transformace:  $\Phi = 0, \quad \varphi = \pi/8 \rightarrow \Delta\Phi = \pi/4$

Stokesovy parametry výstupní polarizace:  $(1, 0, 1, 0)$  ✓

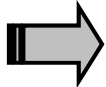
	S0	S1	S2	S3
1	1.000051	0.707132	-0.707153	--
2	1.000051	0.707132	0.707153	--
3	1.000101	-2.9898e-05	1.000101	--
4	1.000101	-2.9898e-05	1.000101	--
PUPIL	FY	FX		
	--	--		



# Půlvlnná fázová destička a kruhově polarizovaná vstupní vlna – simulace Oslo Premium

Jonesův vektor kruhové polarizace:  $J = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \pm i \end{bmatrix}$

Jonesův vektor výstupní polarizace:  $J' = WJ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \mp i \end{bmatrix}$

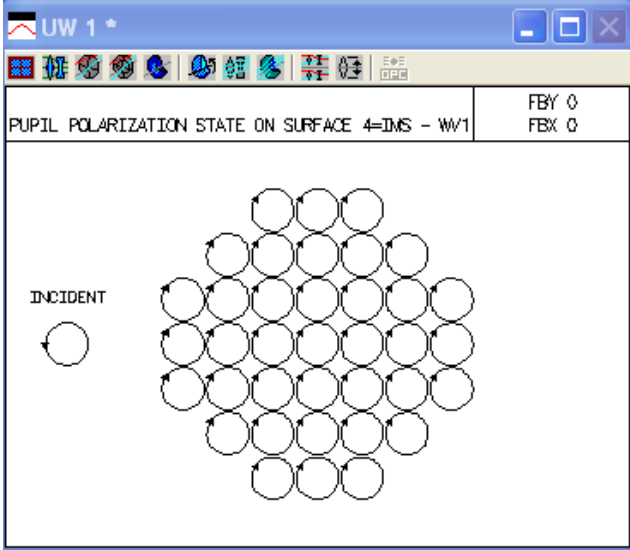


Kruhově polarizovaná vlna zachovává kruhovou polarizaci i po průchodu půlvlnnou destičkou ale směr otáčení se mění na opačný (vlna s pravotočivou kruhovou polarizací se mění na levotočivou a naopak). Transformace nezávisí na směru optické osy krystalu.

Parametry transformace:  $\delta = \pm \pi/2, \quad \varphi = \pi/8$

Stokesovy parametry výstupní polarizace: (1,0,0,1) ✓

*STOKES PARAMETERS				
	S0	S1	S2	S3
1	1.000051	--	--	-1.000051
2	1.000051	--	--	1.000051
3	1.000101	--	--	1.000101
4	1.000101	--	--	1.000101
PUPIL	FY	FX		
	--	--		



## Úloha I.4 Čtvrtvlnná fázová destička

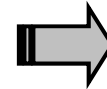
**Zadání:** Při vhodně zvoleném úhlu mezi kmitosměrem vstupní lineárně polarizované vlny a optickou osou krystalu čtvrtvlnné fázové destičky dojde k transformaci lineární polarizace na kruhovou. Je-li vstupní vlna lineárně polarizovaná ve směru osy x, určete v jakém úhlu  $\varphi$  vzhledem k ose x musí být nastavena optická osa krystalu čtvrtvlnné destičky, aby výstupní vlna měla pravotočivou nebo levotočivou kruhovou polarizaci. Nastavení ověřte v programu Oslo Premium.

$$\Delta\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_e - n_o)$$

Čtvrtvlnná fázová destička:  $\Delta\Gamma = \pi/2 \rightarrow d = \frac{\lambda}{4(n_e - n_o)}$

Transformační matice čtvrtvlnné destičky pro osy X a Y:

$$W_0 = \begin{bmatrix} \exp(-i\Delta\Gamma/2) & 0 \\ 0 & \exp(i\Delta\Gamma/2) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1-i & 0 \\ 0 & 1+i \end{bmatrix}$$



Vstupní polarizace:  $J = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

Výstupní polarizace:

$$J' = R_{-\varphi} W_0 R_{\varphi} J = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 - i \cos 2\varphi \\ -i \sin 2\varphi \end{bmatrix}$$

Nastavení fázové destičky  $\varphi = \pm \frac{\pi}{4}$

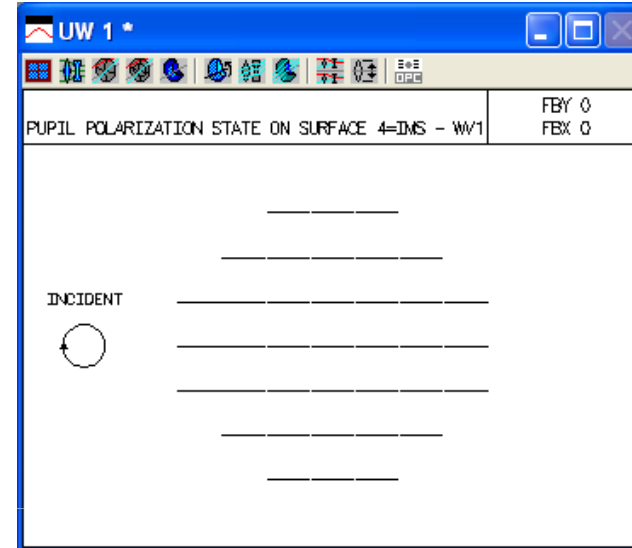
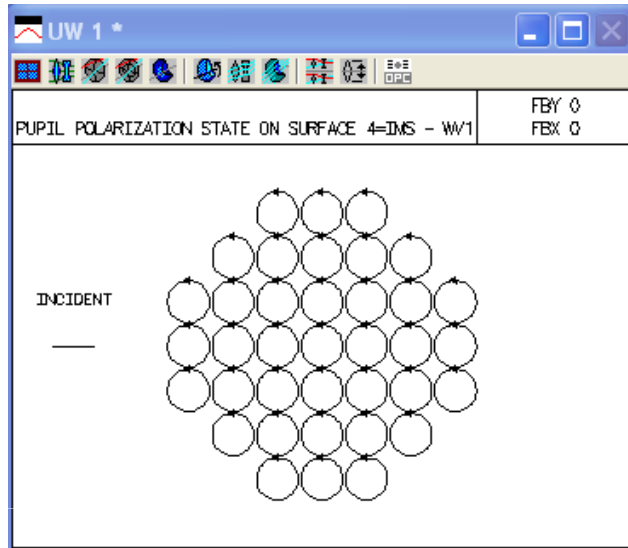


Výstupní polarizace:  $J' = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \mp i \end{bmatrix}$

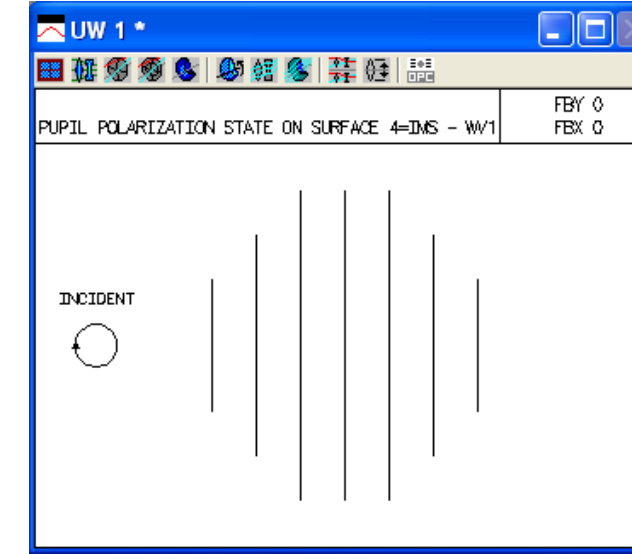
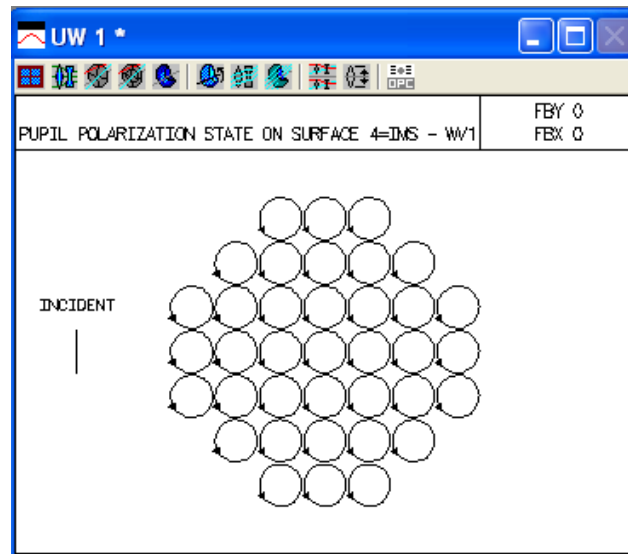
**Závěr:** Je-li optická osa krystalu čtvrtvlnné destičky orientovaná v úhlu  $\varphi = \pm \pi/4$  vzhledem k ose x, pak vstupní vlna s horizontální polarizací bude mít po průchodu destičkou pravotočivou nebo levotočivou kruhovou polarizaci. Transformace probíhá i reverzně – vstupní vlna s pravotočivou kruhovou polarizací je čtvrtvlnnou destičkou přeměněna na horizontálně polarizovanou vlnu.

# Čtvrtvlnná fázová destička – simulace Oslo Premium

Nastavení  $\varphi = \pi/4$



Nastavení  $\varphi = -\pi/4$



## Úloha I.5 Normální polarizační módy půlvlnné fázové destičky

Zadání: Výpočtem určete normální polarizační módy půlvlnné fázové destičky, jejíž optická osa svírá s osou  $x$  úhel  $\varphi$ . Nalezené normální módy ověřte v programu Oslo Premium pro nastavení optické osy  $\varphi=\pi/6$ .

Definice normálních polarizačních módů systému:  
Jsou to polarizační stavy  $J$ , které se při průchodu systémem o transformační matici  $W$  nemění.  
Matematické vyjádření:

$$WJ = qJ, \quad q \dots konst.$$

Podmínka normálních polarizačních módů pro půlvlnnou fázovou destičku s optickou osou v úhlu  $\varphi$ :

$$R_{-\varphi} W_0 R_{\varphi} J = qJ,$$

Řešení:  $J = \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{bmatrix}$



Normálním polarizačním módem půlvlnné fázové destičky je vlna lineárně polarizovaná ve směru optické osy destičky.

# Normální polarizační módy půlvlné fázové destičky – simulace Oslo Premium

SRF	RADIUS	THICKNESS	APERTURE RADIUS	GLASS	SPECIAL
OBJ	0.000000	1.0000e+20	1.0000e+14	AIR	
AST	0.000000	0.000000	1.000000	AIR	Z
2	0.000000	0.000000	1.000000	AIR	Z
3	0.000000	0.000000	1.000000	AIR	Z
IMS	0.000000	0.000000	1.000000	S	

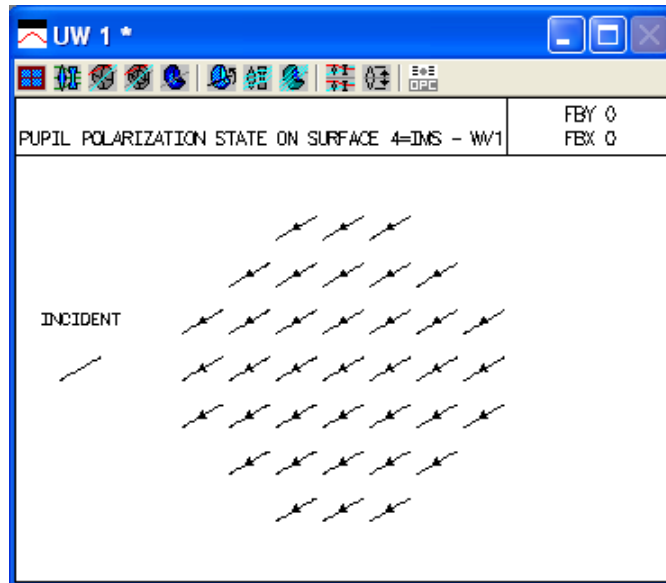
Zadání půlvlné destičky s optickou osou v úhlu  $\varphi=\pi/6$ :

$R_\varphi$  ... otočení o úhel  $\varphi=\pi/6$

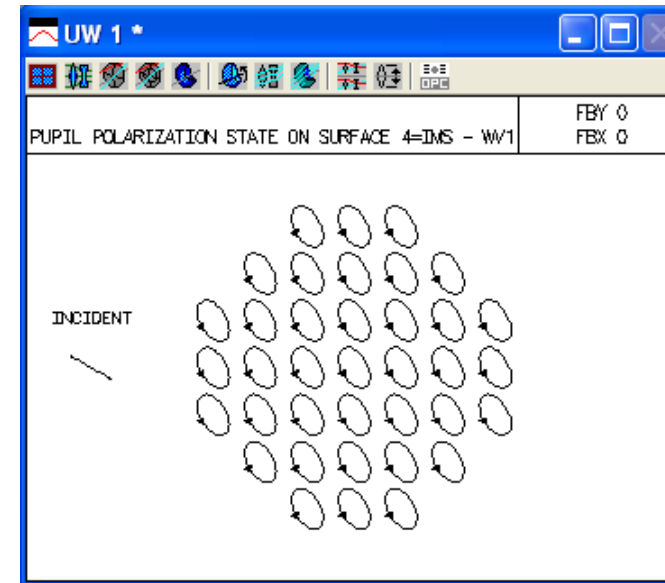
$W_0$  ... půlvlná destička

$R_{-\varphi}$  ... otočení o úhel  $-\varphi$

Vstupní vlna polarizovaná v úhlu  $\Phi=\varphi=\pi/6$ :  
polarizační stav se nemění

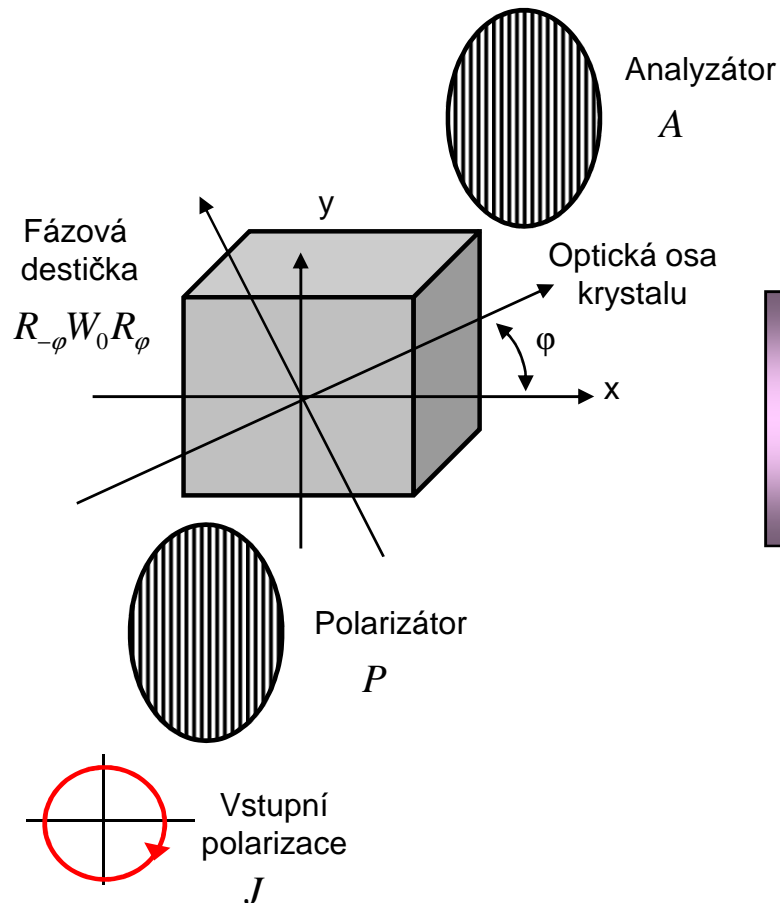


Vstupní vlna polarizovaná v úhlu  $\Phi=-\varphi=-\pi/6$ :  
lineární polarizace se mění na eliptickou



## Úloha I.6 Soustava fázové destičky, polarizátoru a analyzátoru

Zadání: Vypočtete propustnost systému, který je tvořen fázovou destičkou o zpoždění  $\Delta\Gamma$  umístěnou mezi polarizátor a analyzátor. Optická osa fázové destičky svírá s osou x úhel  $\varphi$ , polarizátor i analyzátor propouštějí kmitu elektrické intenzity orientované podél osy y. Obecné vztahy ověřte pomocí programu Oslo Premium pro parametry  $\Delta\Gamma=\pi$  a  $\varphi=\pi/6, \pi/4$  a 0. Vstupní vlnu uvažujte kruhově polarizovanou.



Matice soustavy:  $W_S = AR_{-\varphi}W_0R_{\varphi}P$

Výstupní polarizační stav:  $J' = W_S J$

Propustnost systému:

$$T \equiv I' = J'^+ \cdot J' = \frac{1}{2} \left[ \cos^2(\Delta\Gamma/2) + \sin^2(\Delta\Gamma/2) \cos^2 2\varphi \right]$$

Speciální případy nastavení:

$$\varphi = 0 \rightarrow I' = \frac{1}{2},$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \rightarrow I' = 0.$$



# Soustava fázové destičky, polarizátoru a analyzátoru – simulace Oslo Premium

Zadání parametrů soustavy

SRF	RADIUS	THICKNESS	APERTURE RADIUS	GLASS	SPECIAL
OBJ	0.000000	1.0000e+20	1.0000e+14	AIR	
AST	0.000000	0.000000	1.000000	AIR	AS
2	0.000000	0.000000	1.000000	AIR	Z
3	0.000000	0.000000	1.000000	AIR	Z
4	0.000000	0.000000	1.000000	AIR	Z
5	0.000000	0.000000	1.000000	AIR	Z
IMS	0.000000	0.000000	1.000000	AIR	S

Polarizátor propustný ve směru osy y

Otočení o úhel  $\varphi$

Půlvlnná fázová destička  $\Delta\Gamma=\pi$

Otočení o úhel  $-\varphi$

Polarizátor propustný ve směru osy y

Parametry fázové destičky:

$$\Delta\Gamma = \pi, \quad \varphi = 0$$

Vstupní polarizace:

$$J = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \pm i \end{bmatrix}$$

Propustnost systému:

$$T = \frac{1}{2} [\cos^2(\Delta\Gamma/2) + \sin^2(\Delta\Gamma/2)\cos^2 2\varphi] = 0.5 \quad \checkmark$$

SRF	INT	SRF	INT	SRF	INT	SRF	INT	SRF	INT	SRF	INT	SRF	INT	SRF	INT	SRF	INT	SRF	INT																
1	INT	1.000000	SRF	0.500000	2	INT	1.000000	SRF	1.000000	3	INT	1.000000	SRF	1.000000	4	INT	1.000000	SRF	1.000000	5	INT	1.000000	SRF	1.000000	6	INT	1.000000	SRF	1.000000	INT TOT	1.000000	SRF TOT	0.500000	TRANS	0.500000

# Soustava fázové destičky, polarizátoru a analyzátoru – simulace Oslo Premium

Parametry fázové destičky:

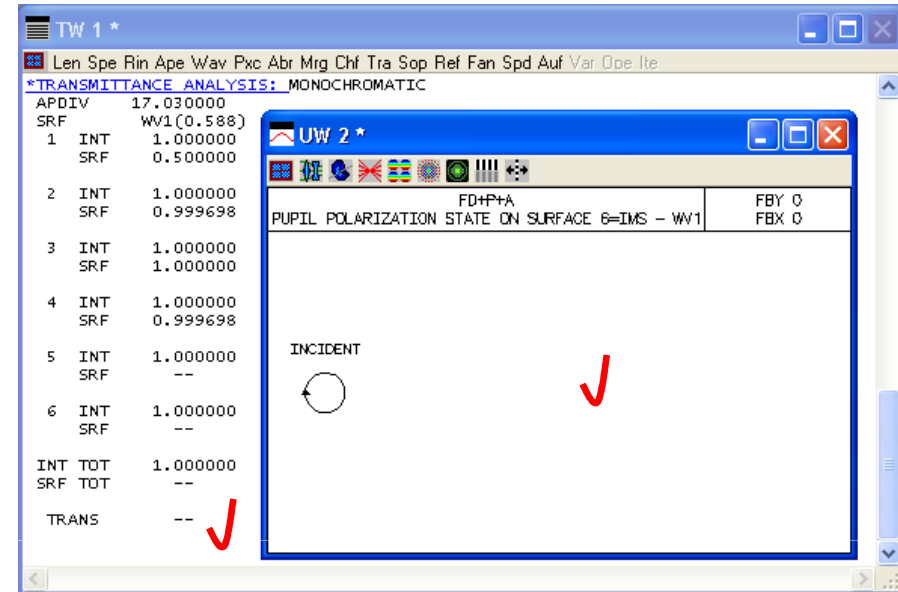
$$\Delta\Gamma = \pi, \quad \varphi = \pi/4$$

Vstupní polarizace:

$$J = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \pm i \end{bmatrix}$$

Propustnost systému:

$$T = \frac{1}{2} [\cos^2(\Delta\Gamma/2) + \sin^2(\Delta\Gamma/2) \cos^2 2\varphi] = 0 \quad \checkmark$$



Parametry fázové destičky:

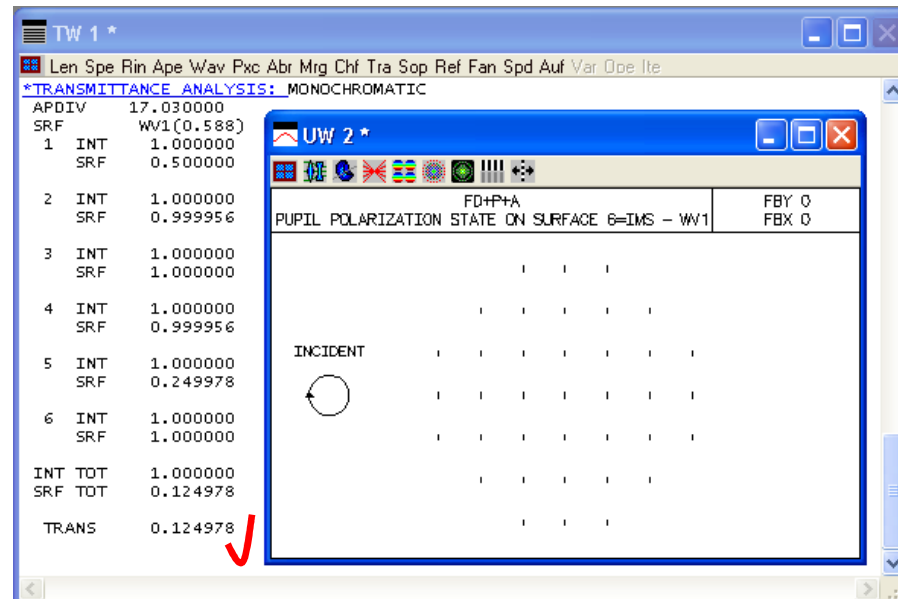
$$\Delta\Gamma = \pi, \quad \varphi = \pi/6$$

Vstupní polarizace:

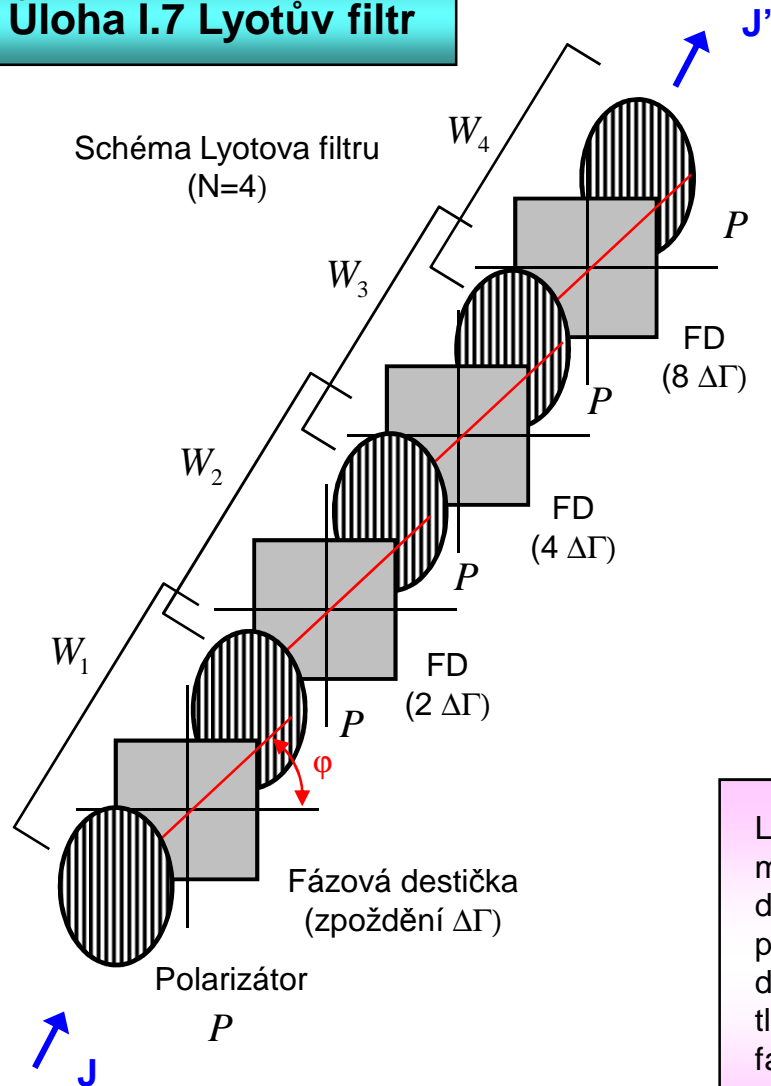
$$J = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \pm i \end{bmatrix}$$

Propustnost systému:

$$T = \frac{1}{2} [\cos^2(\Delta\Gamma/2) + \sin^2(\Delta\Gamma/2) \cos^2 2\varphi] = 0.125 \quad \checkmark$$



## Úloha I.7 Lyotův filtr



Výsledná matice N - členného systému:

$$W = W_N \dots W_2 W_1$$

Výstupní polarizační stav:

$$J' = WJ$$

Propustnost N - členného systému:

$$T = \left[ \frac{\sin(2^N \Delta\Gamma / 2)}{2^N \sin(\Delta\Gamma / 2)} \right]^2$$

Lyotův filtr je soustava fázových destiček, které jsou umístěny mezi polarizátory s rovnoběžnými směry propustnosti. Fázové destičky mají rovnoběžné optické osy, které se směrem propustnosti polarizátorů svírají úhel  $\varphi = \pi/4$ . Tloušťka fázových destiček se mění tak, že následující destička má dvojnásobnou tloušťku než předcházející. Má-li tedy první fázová destička fázové zpoždění  $\Delta\Gamma$ , pak n-tá fázová destička zavádí fázové zpoždění  $2^{(n-1)}\Delta\Gamma$ .

# Lyotův filtr – simulace Oslo Premium

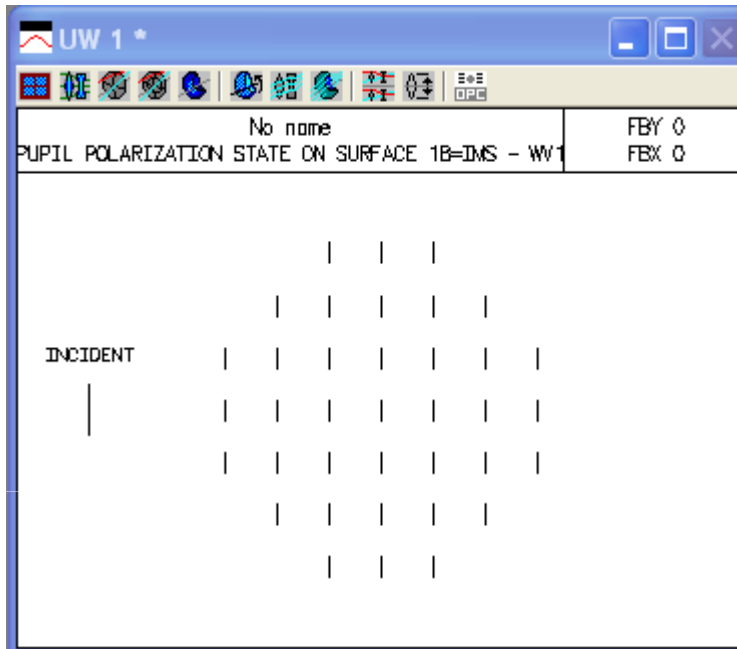
Zadání Lyotova filtru pro N = 4

SRF	RADIUS	THICKNESS	APERTURE RADIUS	GLASS	SPECIAL
OBJ	0.000000	1.0000e+20	1.0000e+14	AIR	
AST	0.000000	0.000000	1.000000 AS	AIR	Z
2	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
3	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
4	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
5	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
6	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
7	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
8	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
9	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
10	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
11	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
12	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
13	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
14	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
15	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
16	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
17	0.000000	0.000000	1.000000 S	AIR	Z
IMS	0.000000	0.000000	1.000000 S		

Parametry:  
 $\phi = p/4$   
 $\Delta\Gamma = \pi/16$

- P
- $R_\phi$
- FD  $\Delta\Gamma$
- $R_\phi$
- P
- $R_\phi$
- FD  $2\Delta\Gamma$
- $R_\phi$
- P
- $R_\phi$
- FD  $4\Delta\Gamma$
- $R_\phi$
- P
- $R_\phi$
- FD  $8\Delta\Gamma$
- $R_\phi$
- P

# Lyotův filtr – výsledky Oslo Premium



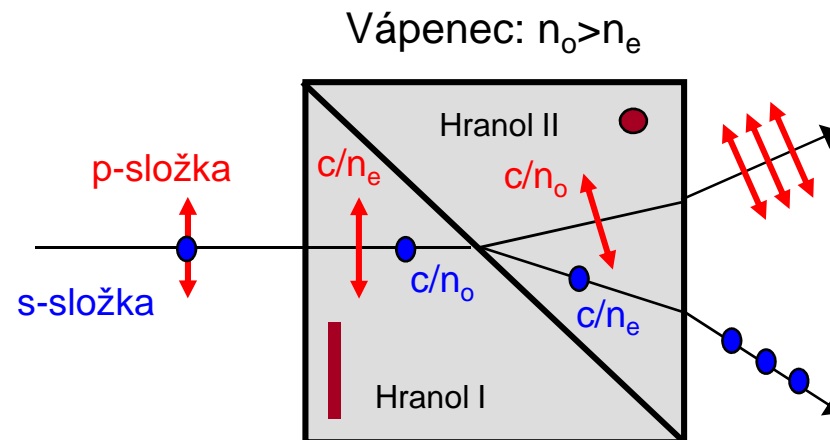
Propustnost Lyotova filtru pro N = 4:

$$T = \left[ \frac{\sin(2^4 \Delta\Gamma/2)}{2^4 \sin(\Delta\Gamma/2)} \right]^2 = 0.40 \checkmark$$

SRF	WV1 (0.588)
1 INT	1.000000
SRF	1.000000
2 INT	1.000000
SRF	0.999698
3 INT	1.000000
SRF	1.000000
4 INT	1.000000
SRF	0.999698
5 INT	1.000000
SRF	0.990393
6 INT	1.000000
SRF	0.999698
7 INT	1.000000
SRF	1.000000
8 INT	1.000000
SRF	0.999698
9 INT	1.000000
SRF	0.961940
10 INT	1.000000
SRF	0.999698
11 INT	1.000000
SRF	1.000000
12 INT	1.000000
SRF	0.999698
13 INT	1.000000
SRF	0.853553
14 INT	1.000000
SRF	0.999698
15 INT	1.000000
SRF	1.000000
16 INT	1.000000
SRF	0.999698
17 INT	1.000000
SRF	0.500000
18 INT	1.000000
SRF	1.000000
INT TOT	1.000000
SRF TOT	0.405608
TRANS	0.405608

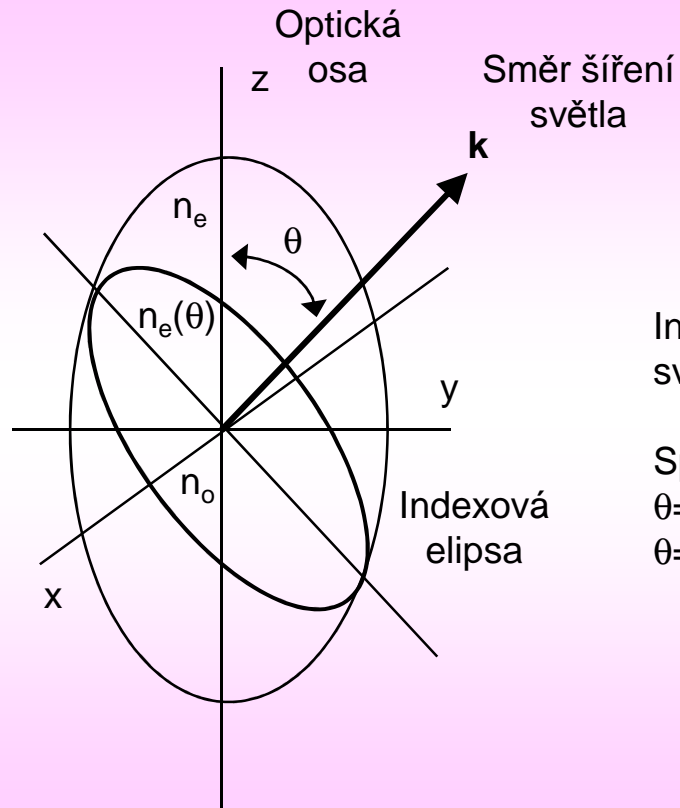
## Úloha II.1 Průchod paprsků Wollastonovým hranolem

Wollastonův hranol je tvořen dvěma pravoúhlými hranoly vyrobenými z jednoosého anizotropního materiálu, kterým je nejčastěji vápenec ( $n_o > n_e$ ). Orientace pravoúhlých hranolů je taková, že optické osy prostředí jsou navzájem kolmé. Kolmo na první plochu hranolu dopadá nepolarizovaná rovinná vlna. V hranolu I se polarizační p - složka šíří fázovou rychlostí  $c/n_e$ , v hranolu II rychlostí  $c/n_o$ . U s - složky je situace opačná, v hranolu I má rychlost  $c/n_o$ , v hranolu II rychlost  $c/n_e$ . Na rozhraní pravoúhlých hranolů tedy nastávají pro p - a s - složku rozdílné podmínky pro refrakci a dochází k jejich směrové separaci.



Fázové rychlosti p - a s - složky v jednoosém anizotropním prostředí závisí na směru šíření vlny vzhledem k optické ose krystalu. Přiřazení fázových rychlostí polarizačním složkám se dá provést pomocí elipsoidu indexu lomu.

## Určení fázových rychlostí normálních polarizačních módů v jednoosém prostředí



$$\frac{X^2}{n_o^2} + \frac{Y^2}{n_o^2} + \frac{Z^2}{n_e^2} = 1$$

Indexy lomu normálních módů pro směr šíření světla určený úhlem  $\theta$ :  $n_o$ ,  $n_e(\theta)$

Speciální případy:

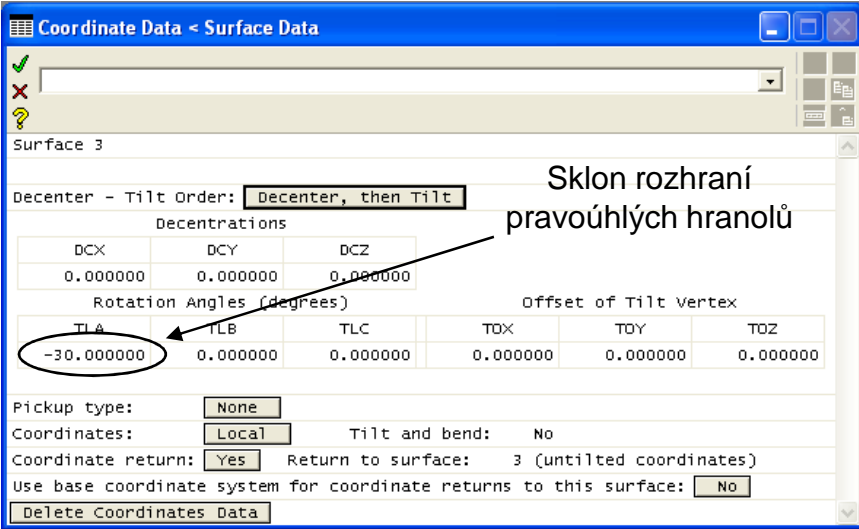
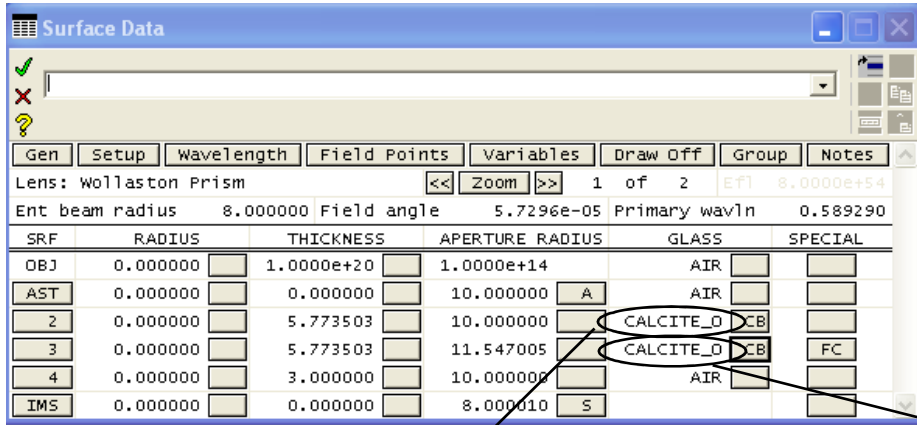
$\theta=0$  (šíření podél optické osy):  $n_o$ ,  $n_e(0)=n_o$

$\theta=\pi/2$  (šíření kolmo k optické ose):  $n_o$ ,  $n_e(\pi/2)=n_e$

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)}{n_o^2} + \frac{\sin^2(\theta)}{n_e^2}$$

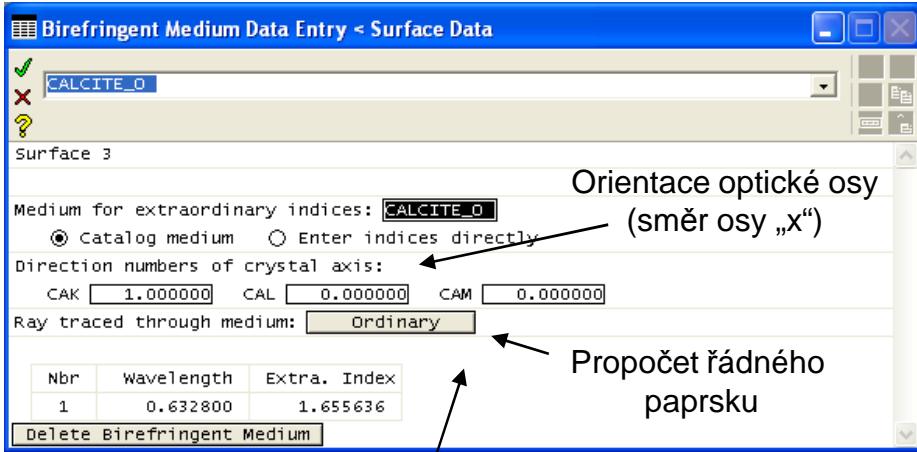
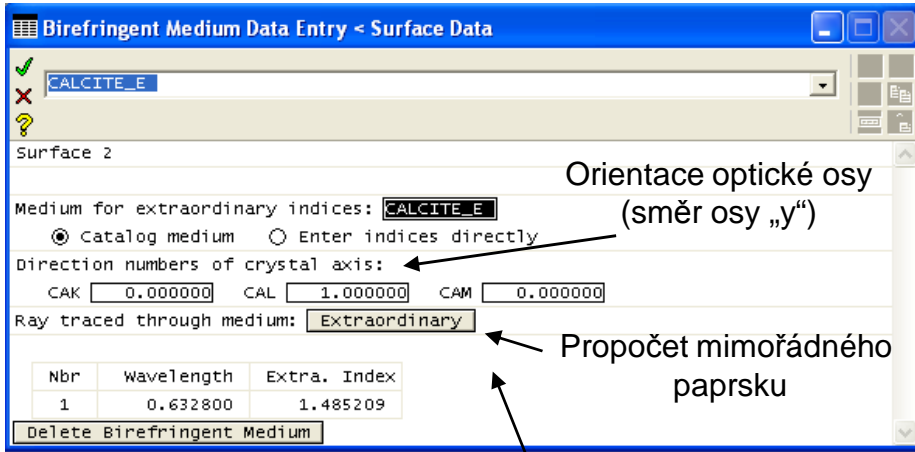
# Simulace průchodu paprsků Wollastonovým hranolem v programu OSLO Premium

## Zadání konstrukčních parametrů



Pravoúhlý hranol I

Pravoúhlý hranol II

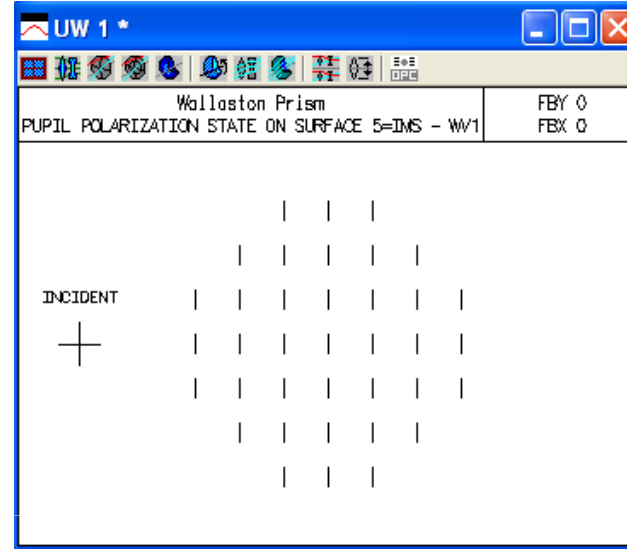
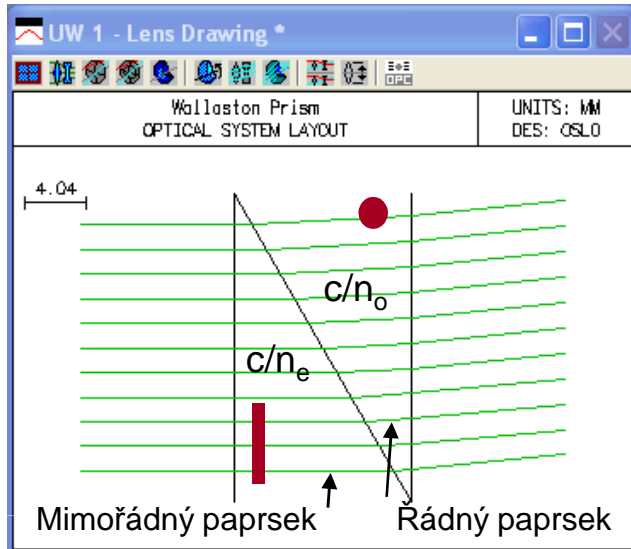


## Průchod polarizační p – složky Wollastonovým hranolem

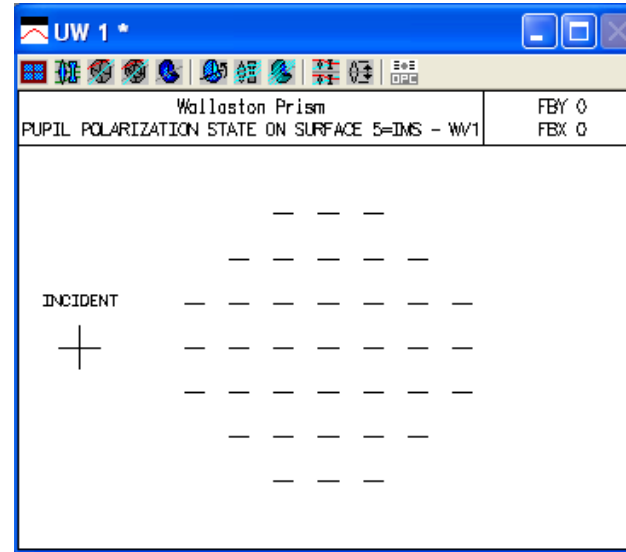
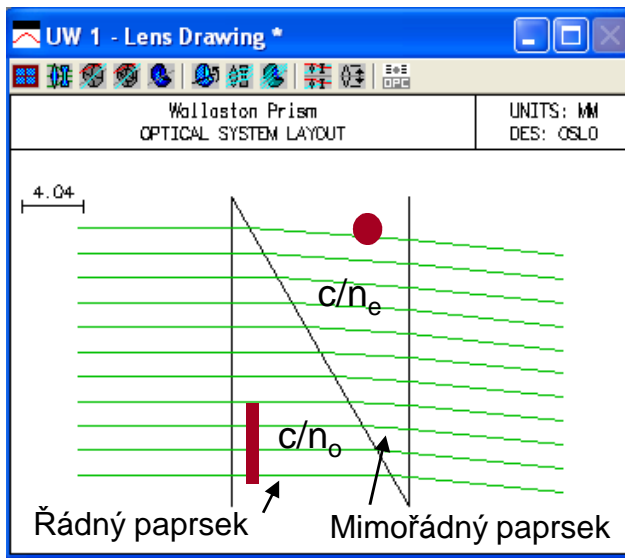


# Průchod paprsků Wollastonovým hranolem v programu OSLO

## Průchod polarizační p – složky

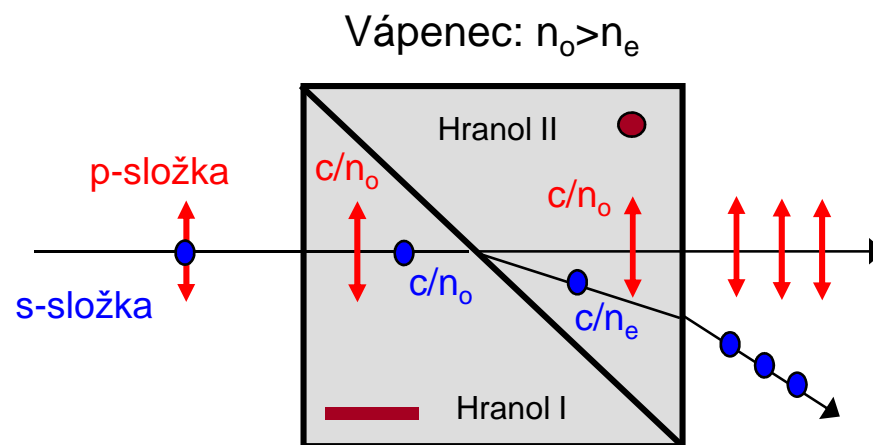


## Průchod polarizační s – složky



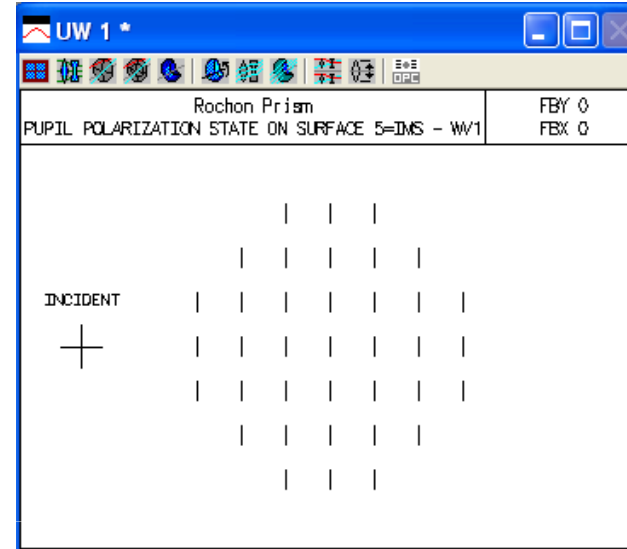
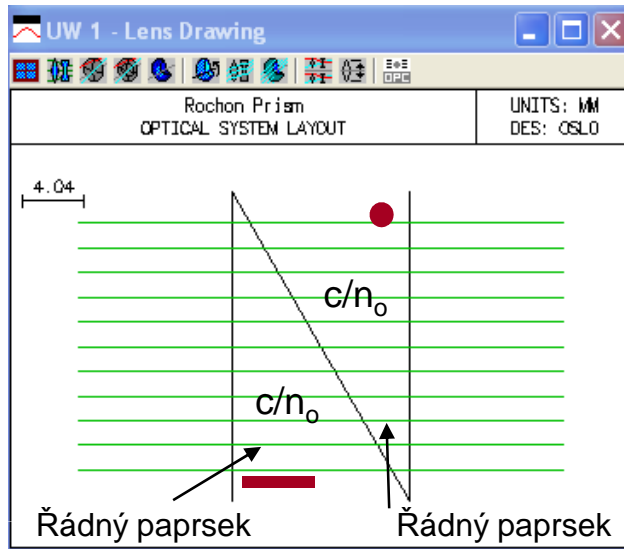
## Úloha II.2 Průchod paprsků Rochonovým hranolem

Rochonův hranol je tvořen dvěma pravouhlými hranoly vyrobenými z jednoosého anizotropního materiálu, kterým je nejčastěji vápenec ( $n_o > n_e$ ). Orientace pravouhlých hranolů je taková, že hranol I má optickou osu rovnoběžnou se směrem dopadající vlny, optická osa hranolu II je na směr šíření vstupní vlny kolmá. V hranolu I mají tedy p i s – polarizační složky stejnou fázovou rychlost  $c/n_o$ , v hranolu II se fázová rychlost s – složky mění na hodnotu  $c/n_e$ , rychlost p – složky se nemění.

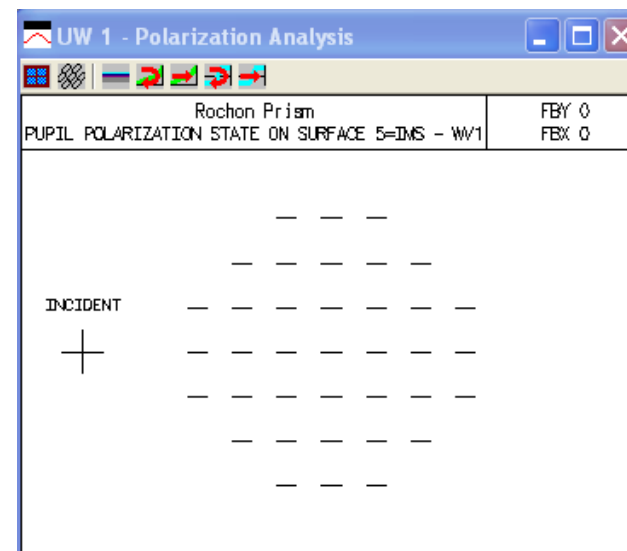
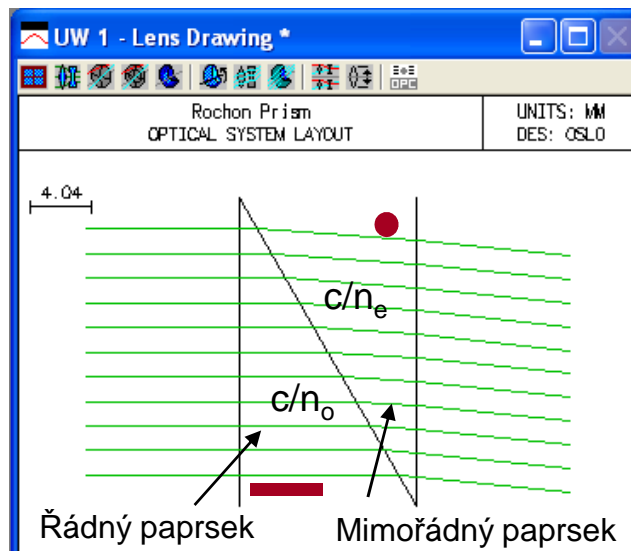


# Průchod paprsků Rochonovým hranolem v programu OSLO

## Průchod polarizační p – složky

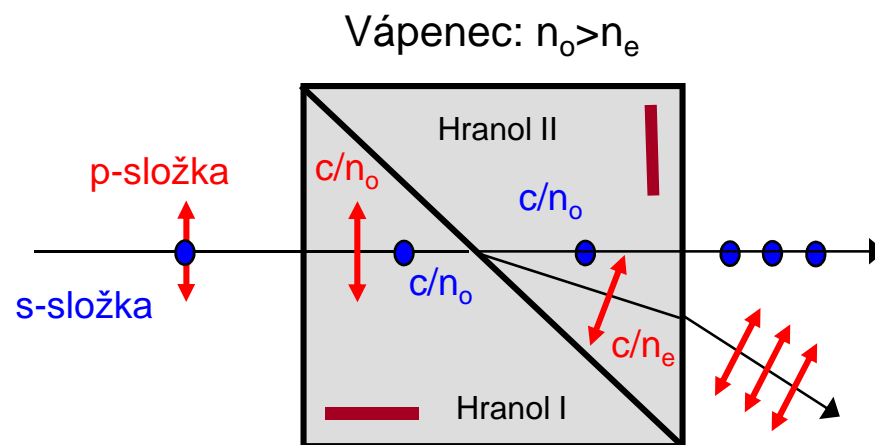


## Průchod polarizační s – složky



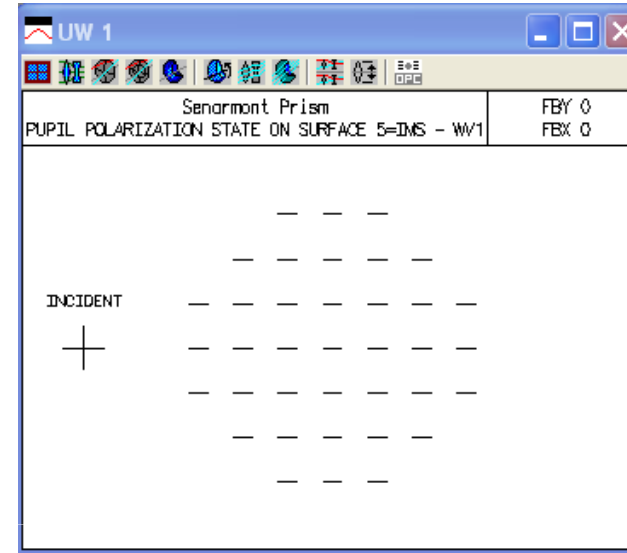
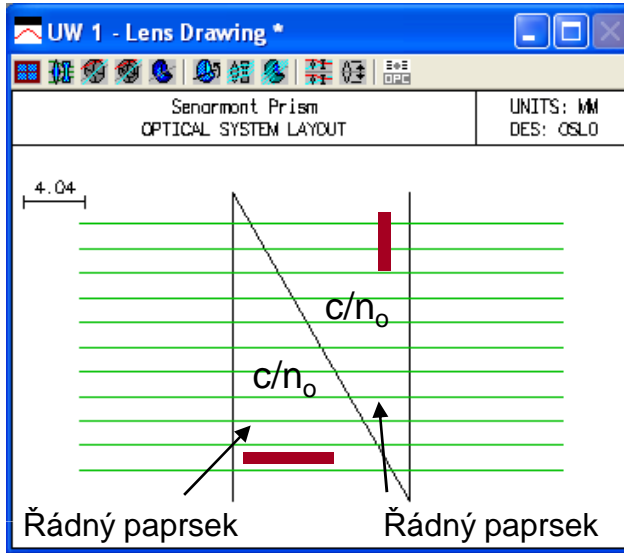
## Úloha II.3 Průchod paprsků Sénarmontovým hranolem

Sénarmontův hranol je tvořen dvěma pravouhlými hranoly vyrobenými z jednoosého anizotropního materiálu, kterým je nejčastěji vápenec ( $n_o > n_e$ ). Orientace pravouhlých hranolů je taková, že hranol I má optickou osu rovnoběžnou se směrem dopadající vlny, optická osa hranolu II je na směr šíření vstupní vlny kolmá. V hranolu I mají tedy p i s – polarizační složky stejnou fázovou rychlost  $c/n_o$ , v hranolu II se fázová rychlost p – složky mění na hodnotu  $c/n_e$ , rychlost s – složky se nemění.



# Průchod paprsků Sénarmontovým hrotem v programu OSLO

## Průchod polarizační s – složky



## Průchod polarizační p – složky

